

Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства та природокористування

Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та  
обчислювальної техніки

Кафедра автоматизації, електротехнічних та  
комп'ютерно-інтегрованих технологій

**04-03-284**

### **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни  
«Комп'ютерний аналіз систем електроенергетики» (частина 2)  
для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня за  
освітньо-професійною програмою «Електроенергетика,  
електротехніка та електромеханіка» спеціальності  
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»  
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково-методичною радою  
з якості ННІ АКOT  
Протокол № 7 від 27.03.2020 р.

Рівне – 2020

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Комп'ютерний аналіз систем електроенергетики» (частина 2) для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня за освітньо-професійною програмою «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної та заочної форм навчання / Василюк С. В., Василюк К. С. – Рівне: НУВГП, 2020. – 72 с.

#### **Укладачі:**

- Василюк С. В.** доктор технічних наук, доцент, професор кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій;
- Василюк К. С.** асистент кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій.

#### **Відповідальний за випуск:**

Древецький В. В., докт. техн. наук, професор, завідувач кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій,.

**Керівник групи забезпечення спеціальності**

Василюк С. В.

© Василюк С. В.,  
Василюк К. С., 2020  
© НУВГП, 2020

## ЗМІСТ

Передмова.....	4
<b>Лабораторна робота 6.</b> Розроблення комп'ютерної моделі IGBT-транзистора та дослідження перехідних процесів при його комутації.....	5
<b>Лабораторна робота 7.</b> Розроблення програми побудови дерева графа для заступної схеми електромережі.....	11
<b>Лабораторна робота 8.</b> Розроблення програми формування матриці головних перетинів для графа заступної схеми електромережі.....	27
<b>Лабораторна робота 9.</b> Формування коефіцієнтів та чисельне розв'язання матричного диференційного рівняння стану електромережі.....	43
<b>Лабораторна робота 10.</b> Статистичне оброблення результатів експериментальних досліджень.....	54
Література.....	72

## ПЕРЕДМОВА

Метою навчальної дисципліни «Комп'ютерний аналіз систем електроенергетики» є формування у здобувачів вищої освіти здатностей та навичок описувати динамічні електротехнічні системи за допомогою диференційних рівнянь, розраховувати та аналізувати усталені та перехідні процеси, обробляти та аналізувати результати експериментів.

Методичні вказівки включають опис лабораторних робіт №6-10, що виконуються здобувачами вищої освіти другого (магістерського) рівня за освітньо-професійною програмою «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної та заочної форм навчання під час вивчення матеріалу дисципліни «Комп'ютерний аналіз систем електроенергетики».

В результаті виконання лабораторних робіт студенти мають оволодіти базовими знаннями з математичного моделювання перехідних процесів в електротехнічних системах, набути навичок складання диференційних рівнянь стану електротехнічного комплексу, вивчити методи формування матричних диференційних рівнянь стану електроенергетичної системи, методами статистичного оброблення результатів експериментальних досліджень.

Тематика лабораторних робіт тісно пов'язана з лекційним матеріалом, тому під час підготовки до лабораторної роботи необхідно ґрунтовно вивчити відповідний теоретичний матеріал. Крім того, готуючись до лабораторної роботи, студент має ознайомитися з методичними вказівками, підготувати необхідні рівняння, структурні схеми, моделі тощо.

За результатами виконання кожної лабораторної роботи студент готує звіт відповідно до вимог, які наведені в кінці вказівок до кожної роботи. Студент має подати викладачеві звіт та захистити його на наступному лабораторному занятті. Під час підготовки до захисту слід орієнтуватися на перелік контрольних запитань.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

### Розроблення комп'ютерної моделі IGBT-транзистора та дослідження перехідних процесів при його комутації

Мета: освоїти методи складання математичної та комп'ютерної моделей IGBT-транзистора, дослідження з її допомогою перехідних процесів при включенні та відключенні транзистора.

### КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Напівпровідникові елементи і, зокрема, біполярні транзистори з ізольованим затвором (IGBT) широко використовуються у силових схемах частотних перетворювачів для електроприводу, активних фільтрів, імпульсних перетворювачів постійної напруги тощо. IGBT транзистори випускаються на напругу до 6,5 кВ (наприклад, IGBT-модуль типу 5SNA 0750G650300 компанії ABB) та струм до 3,6 кА (наприклад, 5SNA 3600E170300). Дослідження процесів у силових напівпровідникових перетворювачах, аналіз їх спільної роботи з двигунним навантаженням в нормальному та аварійному режимах, розроблення новітніх засобів захисту можливе за наявності математичної моделі системи «напівпровідниковий перетворювач – електродвигун».

Розглянемо випадок функціонування IGBT-транзистора  $VT$  в колі з резистивним навантаженням (рис. 6.1,  $a$ ), де позначено:

$u_0$  – ідеальне джерело ЕРС, яке живить навантаження з активним опором  $R_0$ ;

$u_G$  – джерело імпульсної ЕРС керування, яка прикладається через баластний резистор  $R_G$  до затвора, представляючи функціонування драйвера;

$E$ ,  $C$ ,  $G$  – позначення, відповідно, емітера, колектора та затвора транзистора.

Представимо транзистор заступною схемою, яка враховує сімейство нелінійних статичних ВАХ колекторно-емітерного переходу керованим джерелом струму  $I_C$  та нелінійний характер паразитних ємностей  $C_1 - C_3$  між выводами транзистора (рис. 6.1,  $b$ ), що характеризують динамічні процеси при комутації транзистора.

При побудові математичної моделі IGBT може бути представлений схемою Дарлінгтона (з'єднання біполярного BJT та польового MOSFET транзисторів). Це дозволяє описати струм керованого джерела  $I_C$ , яке представляє сімейство статичних ВАХ транзистора, наступною комбінованою залежністю, перше рівняння якої відповідає зоні нечутливості, друге – нелінійній частині ВАХ, третє – зоні насичення:

$$I_c(u_{CE}) = \begin{cases} 0, & \text{при } u_2 \leq u_{Th} \text{ або } u_{CE} < u_D; \\ k \left[ (u_2 - u_{Th})(u_{CE} - u_D) - \frac{(u_{CE} - u_D)^2}{2} \right], & \text{при } u_{CE} < u_2 - u_{Th} + u_D; \\ k \frac{(u_2 - u_{Th})^2}{2}, & \text{при } u_{CE} \geq u_2 - u_{Th} + u_D, \end{cases} \quad (6.1)$$

де  $k = k_p(1 + \beta)$ , причому  $\beta$  – коефіцієнт підсилення за струмом біполярного транзистора;  $u_{Th}$  – порогове значення напруги відкриття польового транзистора;  $u_D$  – падіння напруги на емітер-базовому переході біполярного транзистора;  $u_2$  – напруга між затвором та емітером IGBT транзистора.

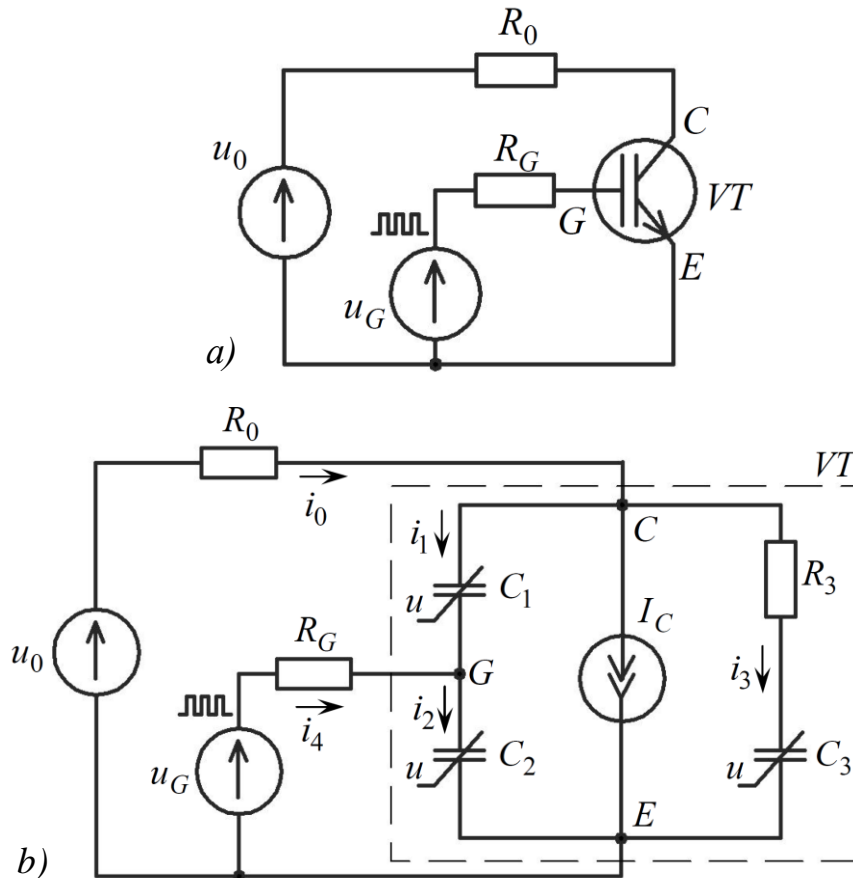


Рисунок 6.1 – Схема включення (a) та заступна схема (b) IGBT транзистора в колі з резистивним навантаженням

Заступна схема IGBT транзистора в колі з резистивним навантаженням (рис. 6.1, b) містить  $N_b=6$  гілок, з них  $N_{bJ}=1$  гілка є джерелом струму, які з'єднуються у  $N_k=3$  вузлах. Схема може бути описана  $N_I = N_k - 1 = 2$  та  $N_{II} = N_b - N_{bJ} - N_k + 1 = 3$  рівняннями згідно I та II законів Кірхгофа,

відповідно, з яких струми у гілках заступної схеми виражаються наступним чином:

$$\begin{cases} i_0 = (u_0 - u_1 - u_2)/R_0; \\ i_3 = (u_1 + u_2 - u_3)/R_3; \\ i_4 = (u_G - u_2)/R_G; \\ i_1 = i_0 - I_C - i_3; \\ i_2 = i_1 + i_4, \end{cases} \quad (6.2)$$

де  $u_1$  – напруга між колектором та затвором IGBT-транзистора;  $u_3$  – падіння напруги на ємності  $C_3$  заступної схеми IGBT транзистора.

Паразитні ємності  $C_1 - C_3$  між виводами транзистора на заступній схемі (рис. 6.1, *b*) позначені як варіконди, оскільки їх величини залежать від напруги  $u_{CE}$  на колекторно-емітерному переході транзистора:

$$\begin{aligned} C_1(u_{CE}) &= C_{res}(u_{CE}); \\ C_2(u_{CE}) &= C_{ies} - C_{res}(u_{CE}); \\ C_3(u_{CE}) &= C_{oes}(u_{CE}) - C_{res}(u_{CE}), \end{aligned} \quad (6.3)$$

де  $C_{ies}$  – вхідна ємність транзистора (вимірюється між затвором та закороченими колектором і емітером), з достатньою точністю  $C_{ies}$  можна вважати незмінною при  $u_{CE} = \text{var}$ ;  $C_{res}(u_{CE})$  – ємність між колектором та затвором при заземленому емітері;  $C_{oes}(u_{CE})$  – вихідна ємність (вимірюється між колектором та затвором, що замкнений на емітер); значення  $C_{ies}$  та залежності  $C_{res}(u_{CE})$ ,  $C_{oes}(u_{CE})$  є каталожними даними.

Залежності  $C_{res}(u_{CE})$  та  $C_{oes}(u_{CE})$  з достатньою точністю можуть бути апроксимовані показовими функціями:

$$\begin{aligned} C_{res}(u_{CE}) &= C_{resh} + C_{res0}(1 + u_{CE})^{-k_{res}}; \\ C_{oes}(u_{CE}) &= C_{oesh} + C_{oes0}(1 + u_{CE})^{-k_{oes}}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Враховуючи вирази (6.4), а також рівність  $u_{CE} = u_1 + u_2 = R_3 i_3 + u_3$ , з (3) маємо:

$$\begin{aligned} C_1(u_1, u_2) &= C_{resh} + C_{res0}(1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}}; \\ C_2(u_1, u_2) &= C_{ies} - C_{resh} - C_{res0}(1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}}; \\ C_3(u_3, i_3) &= C_{oesh} - C_{resh} + C_{oes0}(1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{oes}} - \\ &\quad - C_{res0}(1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{res}}. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Струм  $i_1$  через ємність  $C_1(u_1, u_2)$  зв'язаний з падінням напруги  $u_1$  наступним чином:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{d[C_1(u_1, u_2) \cdot u_1]}{dt} = \frac{dC_1(u_1, u_2)}{dt} \cdot u_1 + C_1(u_1, u_2) \cdot \frac{du_1}{dt} = \\ &= [F_1(u_1, u_2) \cdot u_1 + C_1(u_1, u_2)] \cdot \frac{du_1}{dt}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

причому вираз  $[F_1(u_1, u_2) \cdot u_1 + C_1(u_1, u_2)]$  є динамічною ємністю між колектором та затвором транзистора, де:

$$F_1(u_1, u_2) = \frac{\partial C_1(u_1, u_2)}{\partial u_1} = -k_{res} C_{res0} (1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}-1}. \quad (6.7)$$

Аналогічно струми  $i_2$  та  $i_3$  дорівнюють добутку динамічних ємностей та похідних відповідних напруг:

$$i_2 = [F_2(u_1, u_2) \cdot u_2 + C_2(u_1, u_2)] \cdot \frac{du_2}{dt}; \quad (6.8)$$

$$i_3 = [F_3(u_3, i_3) \cdot u_3 + C_3(u_3, i_3)] \cdot \frac{du_3}{dt}, \quad (6.9)$$

причому

$$F_2(u_1, u_2) = \frac{\partial C_2(u_1, u_2)}{\partial u_2} = k_{res} C_{res0} (1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}-1}; \quad (6.10)$$

$$F_3(u_3, i_3) = \frac{\partial C_3(u_3, i_3)}{\partial u_3} = -k_{oes} C_{oes0} (1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{oes}-1} + k_{res} C_{res0} (1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{res}-1}. \quad (6.11)$$

Таким чином, заступна схема IGBT-транзистора в колі з резистивним навантаженням (рис. 6.1, *b*) описується системою трьох диференціальних рівнянь стану (6.12) та рівняннями зв'язку (6.1), (6.2), причому:

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} = \frac{i_1}{F_1(u_1, u_2) \cdot u_1 + C_1(u_1, u_2)}; \\ \frac{du_2}{dt} = \frac{i_2}{F_2(u_1, u_2) \cdot u_2 + C_2(u_1, u_2)}; \\ \frac{du_3}{dt} = \frac{i_3}{F_3(u_3, i_3) \cdot u_3 + C_3(u_3, i_3)}. \end{cases} \quad (6.12)$$

Наведена математична модель може бути реалізована у вигляді Simulink-моделі (рис. 6.2). Вхідними впливами на модель є ЕРС  $u_0$  живлення навантаження (величина якої задається блоком 1) та імпульсна ЕРС  $u_G$  керування (подача одного імпульсу забезпечується блоками 2). На виході моделі доступні для збереження значення у функції часу струму навантаження  $i_0$ , струму затвора  $i_4$ , напруги  $u_{CE}$  на колекторно-емітерному переході IGBT транзистора та напруги  $u_2$  між затвором та емітером (блоки 3). Групи блоків 4-6 реалізують перше-третє, відповідно, диференціальні рівняння системи (6.12). Групи блоків 7-11 реалізують, відповідно, перше-п'яте рівняння зв'язку системи (6.2). Підсистема 12 реалізує рівняння (6.1).

## ЗАВДАННЯ

Скласти Simulink-модель IGBT-транзистора, здійснити моделювання та проаналізувати перехідні процеси при включенні та відключенні транзистора.



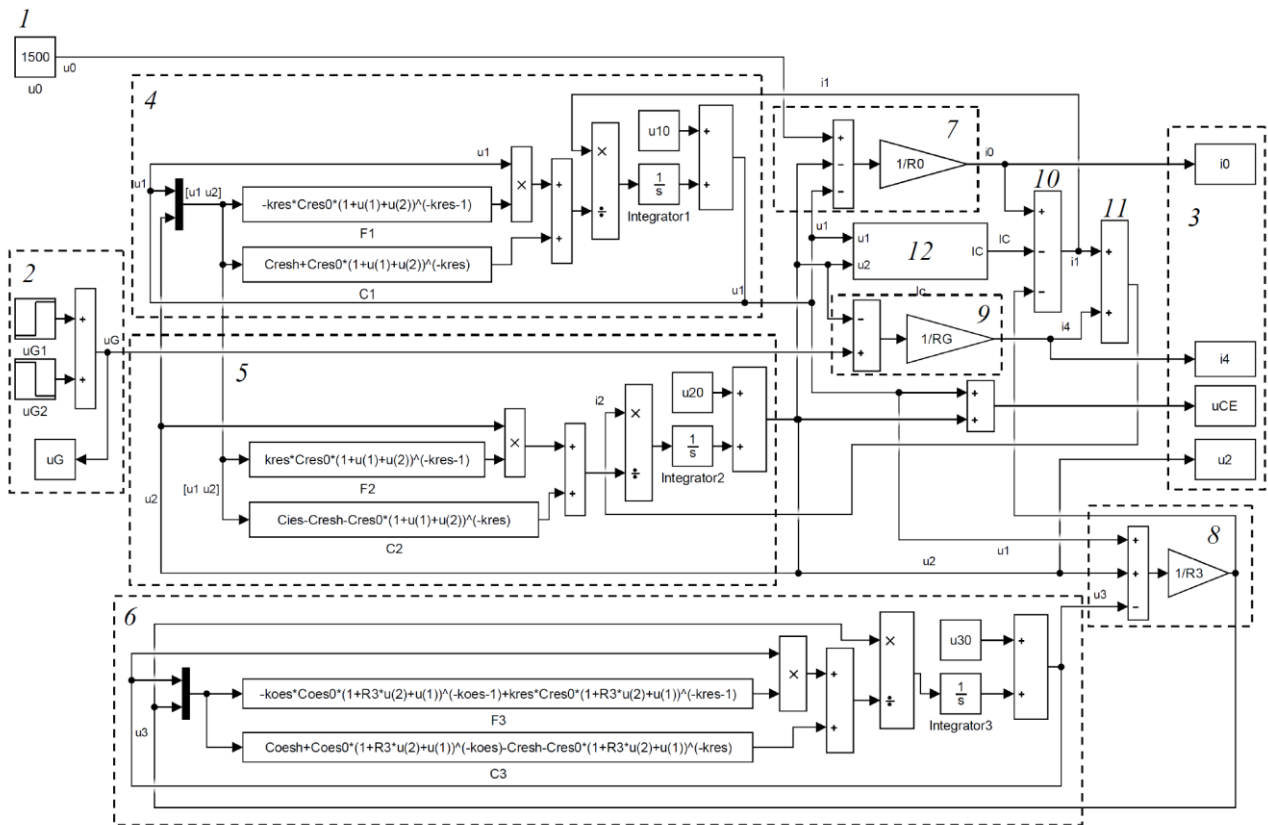


Рисунок 6.2 – Структурна схема комп'ютерної моделі IGBT транзистора в колі з резистивним навантаженням

## ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Проаналізувати математичну модель IGBT-транзистора.
2. Скласти комп'ютерну модель IGBT-транзистора, структурна схема якої наведена на рис. 6.2.
3. Задати наступні значення параметрів IGBT-транзистора 5SNA 2000K450300 компанії ABB:  $u_{Th}=7$  В;  $u_D=1$  В;  $k=250$  В;  $R_3=1$  Ом;  $C_{resh}=3,1$  нФ;  $C_{res0}=160$  нФ;  $k_{res}=1,56$ ;  $C_{oes0}=8$  нФ;  $C_{oes0}=240$  нФ;  $k_{oes}=1,57$ ;  $C_{ies}=220$  нФ.
4. Дослідити перехідні процеси комутації транзистора (включення та відключення) при напрузі живлення  $u_0=1500$  В та величині навантаження  $R_0=1$  Ом. Керування транзистором здійснювати зміною величини ЕРС джерела  $u_G$ , причому  $u_G = u_{G0} = -2$  В відповідає закритому стану,  $u_G = u_{G1} = 15$  В – відкритому стану IGBT. Баластний опір кола затвора становить  $R_G=1,5$  Ом.
5. Отримати графіки імпульсної ЕРС  $u_G$  керування та напруги  $u_2$  на затворі транзистора відносно емітера, струму  $i_4$  затвора; напруги  $u_{CE}$  між колектором та емітером транзистора та струму  $i_0$  навантаження (струм колектора). Зразки графіків наведені на рис. 6.3.
6. Проаналізувати отримані графіки і описати процес комутації IGBT-транзистора та зробити висновки.

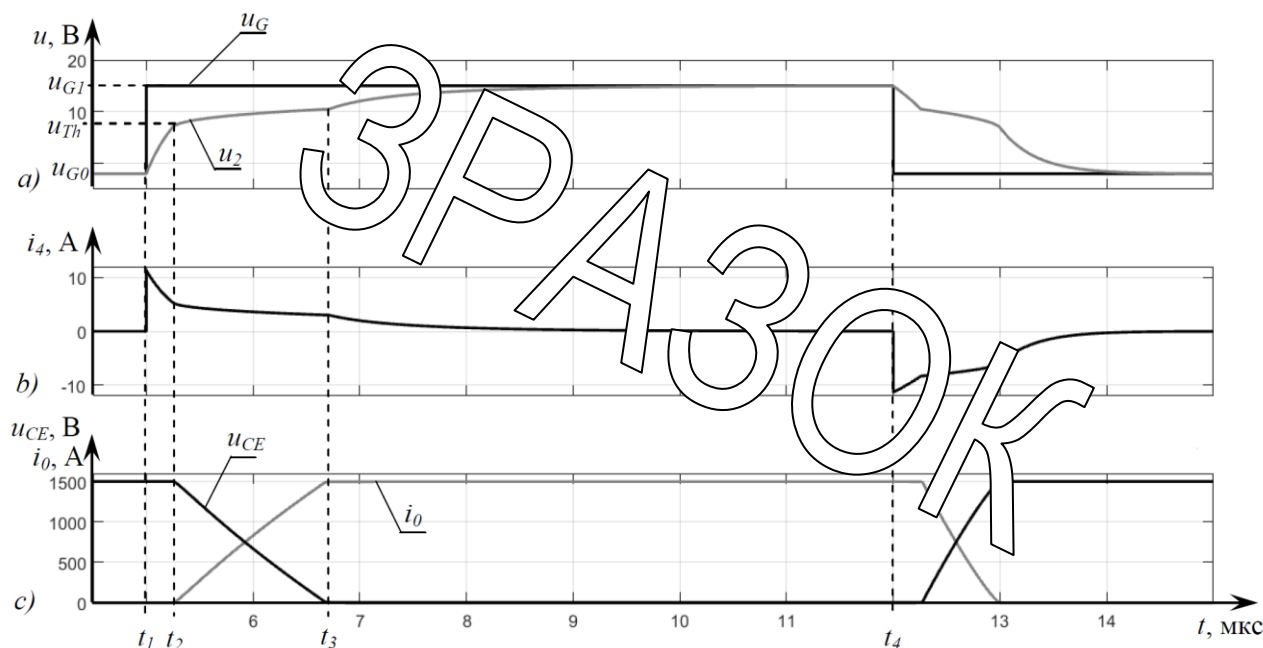


Рисунок 6.3 – Графіки, що ілюструють процес комутації IGBT транзистора в колі з резистивним навантаженням: *a* – ідеальна імпульсна ЕРС  $u_G$  керування та напруга  $u_2$  на затворі відносно емітера; *b* – струм  $i_4$  затвора; *c* – напруга  $u_{CE}$  між колектором та емітером транзистора та струм  $i_0$  навантаження (струм колектора)

### ВМІСТ ЗВІТУ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Тема, мета роботи.
2. Математична модель IGBT-транзистора.
3. Simulink-модель IGBT-транзистора.
4. Значення параметрів IGBT-транзистора, прийняті для моделювання.
5. Графіки, що ілюструють процес комутації IGBT-транзистора в колі з резистивним навантаженням.
6. Аналіз процесу комутації IGBT-транзистора та висновки.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Розкрийте поняття «динамічна ємність».
2. Яка причина наявності перехідних процесів при комутаціях IGBT?
3. Яким чином сформована система рівнянь (6.2)?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7

### Розроблення програми побудови дерева графа для заступної схеми електромережі

Мета: освоїти методику побудови дерева графа для заступної схеми електромережі та розробити відповідну програму.

### КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Побудова дерева графа заступної схеми електромережі є необхідною умовою для складання матриці головних перетинів, яка дозволяє отримати матричні коефіцієнти диференційного рівняння стану електромережі. Порядок побудови графа і дерева графа є наступним.

Для загальної схеми заміщення електромережі необхідно проставити і наскрізні номери вузлів (1,2,3,...). Порядок нумерації вузлів є довільним. Кожна гілка схеми іменується унікальним літерним позначенням відповідно до елемента, що утворює цю вітку ( $R_{QFA}$  – опір фази А автоматичного вимикача,  $L_{тВ}$  – індуктивність фази В трансформатора, ...).

Для побудови графа схеми заміщення, необхідно елементи, включені у гілки, замінити відрізками ліній, оскільки вузли схеми заміщення відповідають вершинам графа.

Під **особливостями** електричної схеми, для якої побудовано граф, прийнято розуміти:

а) контури, що включають:

- тільки джерела напруги ( $U$ -контури),
- тільки ємності ( $C$ -контури),
- тільки джерела напруги та ємності ( $UC$ -контури);

б) перетини, що включають:

- тільки джерела струму ( $I$ -перетини),
- тільки індуктивності ( $L$ -перетини),
- тільки джерела струму та індуктивності ( $IL$ -перетини).

В подальшому при розгляді схем заміщення електричних мереж будемо розглядати тільки особливості у вигляді  $C$ -контурів та  $L$ -перетинів. Інші особливості схеми заміщення мають бути усунені шляхом врахування вихідних опорів джерел напруги та струму (для джерел напруги вихідний опір вмикається послідовно, а для джерел струму – паралельно).

**Дерево графа** має задовольняти наступним **вимогам**:

а) дерево має охоплювати всі вузли;

б) дерево не повинно мати замкнених контурів;

с) всі ребра мають з'єднуватися між собою безперервно;

д) дерево має включати всі гілки з керованими та незалежними джерелами напруги;

е) до дерева мають бути віднесені гілки з ємнісними елементами, якщо це не порушує вимог а-с;

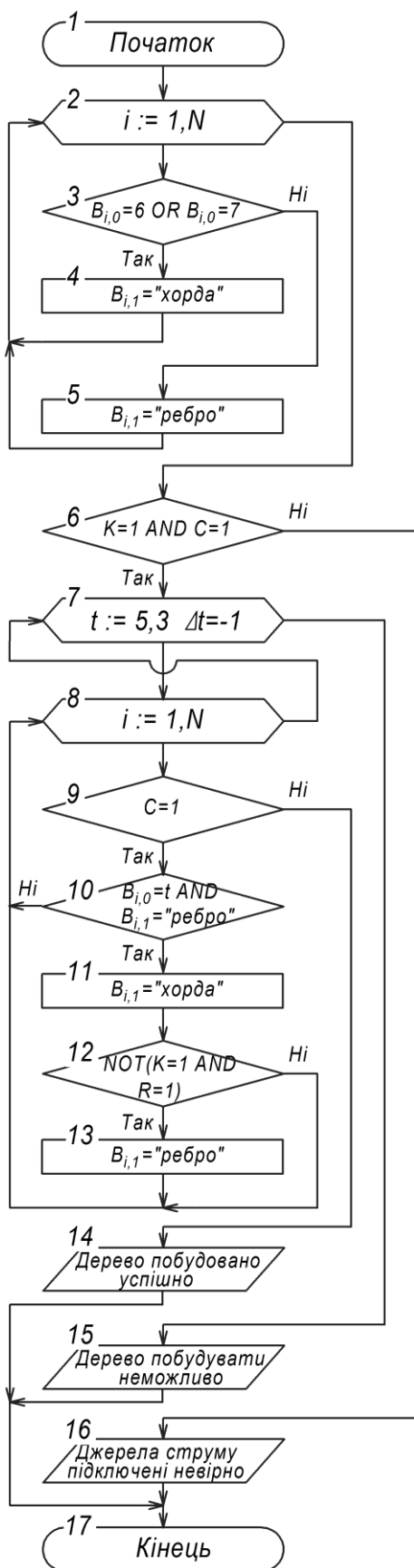


Рисунок 7.1 - Блок-схема алгоритма побудови дерева графа схеми заміщення

ф) до дерева мають бути віднесені тільки ті гілки з індуктивними елементами, віднесення яких до доповнення дерева викликає порушення вимог *a-c*;

г) гілки з активними опорами розподіляються між деревом та його доповненням таким чином, щоб не порушувалися вимоги *a-c*.

Для побудови дерева графа схеми заміщення електромережі може бути використаний алгоритм, блок-схема якого наведена на рис. 7.1, де прийняті наступні позначення:

*K* – логічна змінна, яка дорівнює «1» при охопленні деревом всіх вузлів, та дорівнює «0», якщо не всі вузли охоплені деревом (дозволяє перевіряти вимогу *a*);

*C* – логічна змінна, яка дорівнює «1» при наявності замкнених контурів дерева, та дорівнює «0» при відсутності замкнених контурів (дозволяє перевіряти вимогу *b*);

*R* – логічна змінна, яка дорівнює «1» при безперервному з'єднанні всіх ребер, та дорівнює «0», якщо немає безперервного з'єднання ребер (дозволяє перевіряти вимогу *c*);

*N* – загальна кількість гілок графа (відповідає загальній кількості гілок схеми заміщення мережі);

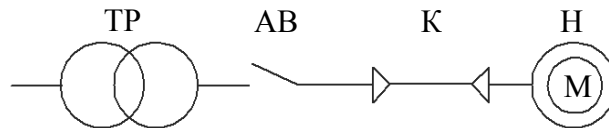
$B_{i,0}$  – елемент нульового стовпчика двовірної матриці  $\bar{B}$ , причому номер рядка *i* відповідає номеру гілки графа, в якому зберігається номер типу компоненту *i*-ї гілки схеми заміщення (1 – керовані джерела напруги; 2 – незалежні джерела напруги; 3 – ємності; 4 – активні опори; 5 – індуктивності; 6 – незалежні джерела струму; 7 – керовані джерела струму);

$B_{i,1}$  – елемент першого стовпчика двовірної матриці  $\bar{B}$ , причому номер рядка *i* відповідає номеру гілки графа, в якому зберігається тип гілки графа («ребро» / «хорда»);

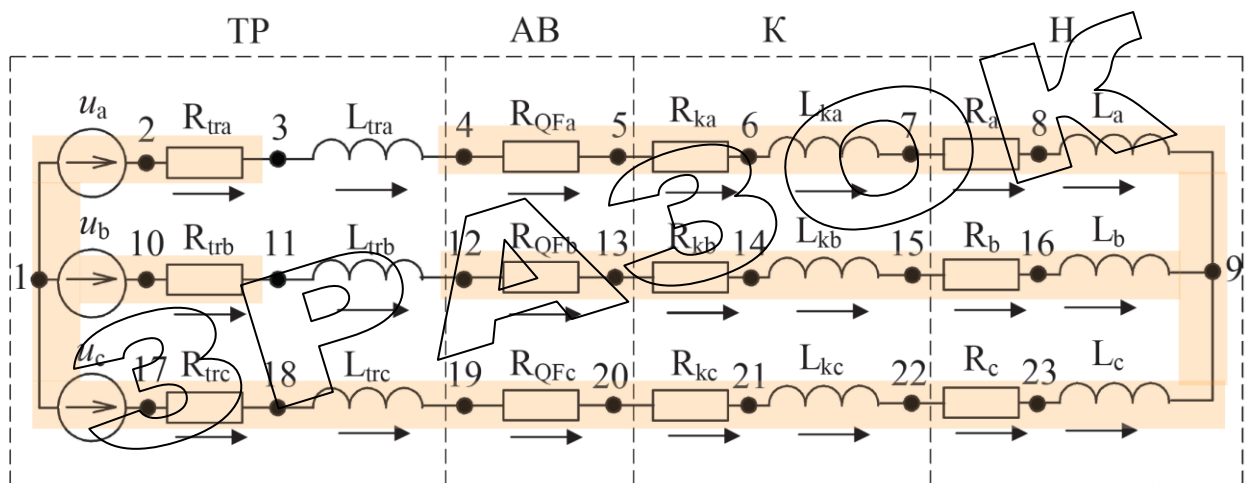
*t* – проміжна змінна, в якій зберігається номер типу елемента гілки.

Алгоритм функціонує наступним чином. Послідовно в циклі перебираються всі гілки (блок 2) і перевіряється (блок 3), чи містить *i*-та

гілка схеми заміщення незалежне або кероване джерело струму. Якщо містить, то ця гілка помічається як «хорда» (блок 4), в іншому випадку гілка є ребром (блок 5). Це дозволяє віднести гілки з керованими та незалежними джерелами струму до доповнення дерева графа, а всі інші гілки тимчасово помітити як ребра. Подальші дії спрямовані на розділення гілок з активними, ємнісними та індуктивними елементами між деревом та його доповненням. Після цього (блок 6), якщо не всі вузли охоплені деревом або немає замкнених контурів, то вважається, що джерела струму підключені невірно (блок 16) та обчислення за алгоритмом закінчуються (блок 17). В іншому випадку в циклі за допомогою змінної  $t$  виконується перебір типів елементів гілок (блок 7) в наступній послідовності: тип №5 (індуктивності), №4 (активні елементи), №3 (ємності). Для кожного типу елементів (для кожного значення  $t$ ) за допомогою вкладеного циклу (блок 8) перебираються всі гілки графа та для  $i$ -ї вітки перевіряють, чи є у дерева замкнені контури (блок 9). Якщо таких контурів немає, то дерево побудовано успішно (блок 14) та робота за алгоритмом закінчується (блок 17).



a)



b)

Рисунок 7.2 - Однолінійна схема (a) та заступна схема (b) електромережі, що розглядається в якості прикладу

За наявності замкнених контурів (вітка «так» блока 9) необхідно їх розімкнути, що може бути зроблено за рахунок віднесення  $i$ -ї гілки, якщо вона є ребром (блок 10) до хорд (блок 11), причому спочатку до хорд відносяться якомога більше індуктивних гілок (що забезпечується перебором змінної  $t$  від типу 5 та перевіркою умови, чи відповідає  $i$ -та гілка типові  $t$  у блоці 10), потім - резистивні елементи (при  $t = 4$ ), а в кінці - ємнісні елементи (при  $t = 3$ ). Причому, якщо після віднесення  $i$ -ї гілки до хорд (блок 11) порушується

з'єднання деревом всіх вузлів, або порушується безперервність з'єднання ребер (умови блоку 12), то  $i$ -та гілка повертається до переліку ребер (блок 13). Якщо після такого перебору всіх гілок за типами  $t=5,4,3$  у дерева наявні замкнені контури (перехід за «Ні» блоку 9 не був виконаний), то дерево побудувати неможливо (блок 15) і робота за алгоритмом закінчується (блок 17).

## ЗАВДАННЯ

Скласти програму на мові Microsoft Visual Basic for Applications (VBA) для побудови дерева графа заступної схеми електромережі (рис. 7.2). Введення вихідних даних та виведення результатів організувати в табличній формі за допомогою аркуша Excel-файла.

## ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Створити новий файл Microsoft Excel, зберегти його як «Книга Excel з підтримкою макросів». Файл буде збережено з розширенням .xlsm.
2. Ввімкнути стрічку інструментів «Розробник», для цього в налаштуваннях стрічки необхідно відмітити відповідний пункт, рис. 7.3.

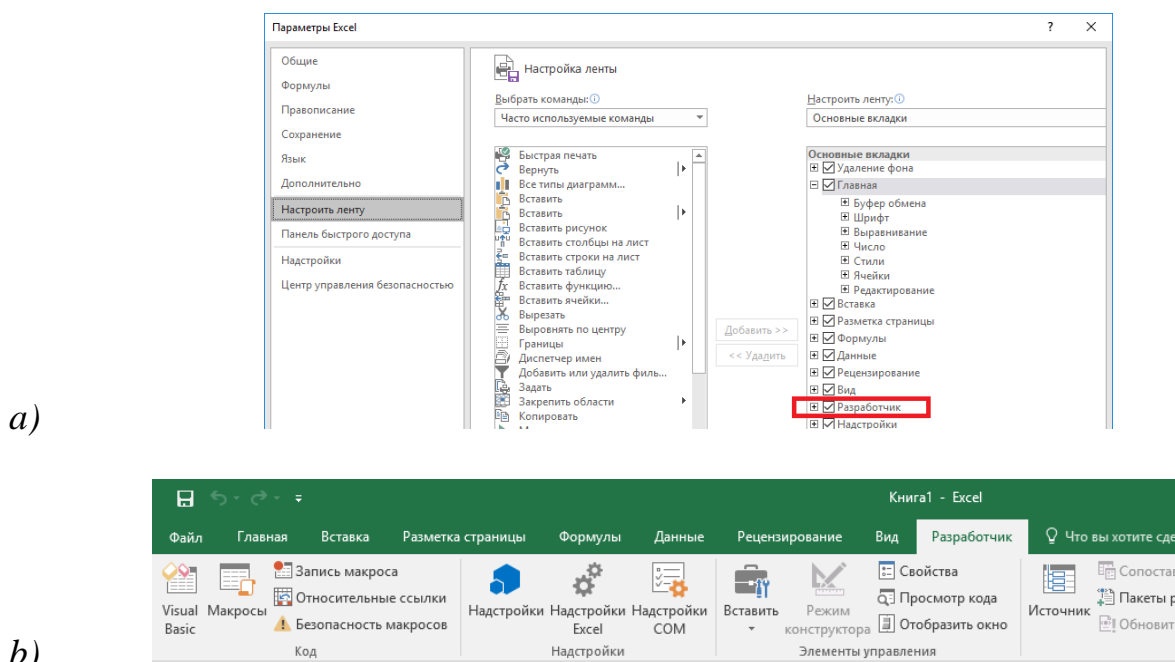


Рисунок 7.3 – Ввімкнення (a) та загальний вигляд (b) стрічки «Розробник»

3. Користуючись кнопкою «Вставити» (рис. 7.3, b), додати на аркуш Excel елемент управління «Кнопка», розмістивши його у 1-2 рядку між стовпчиками A-D. На цьому етапі ніякого макросу цій кнопці не призначати. Ввести текст «Побудувати дерево графа» для відображення на кнопці (рис. 7.4).

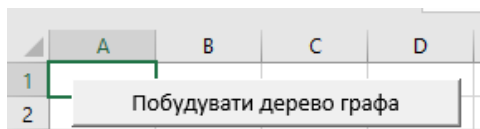


Рисунок 7.4 - Елемент управління «Кнопка» на аркуші Excel

4. Розробити на аркуші Excel-файлу шаблон для введення вихідних даних (рис. 7.5).

	A	B	C	D
1				
2		Побудувати дерево графа		
3		Вихідні дані:		
4		Загальна кількість гілок=		
5		Загальна кількість вузлів=		
6		Елемент	Тип	Поч. вуз. Кін. вуз.
7				

Рисунок 7.5 - Шаблон для введення вихідних даних в програмі Excel

5. Скориставшись кнопкою «Visual Basic» стрічки інструментів «Розробник» (рис. 7.3, *b*), перейти у редактор макросів.

6. Додати до Excel-файлу новий модуль з кодом, для чого скористатися командою Insert-Module (рис. 7.6).

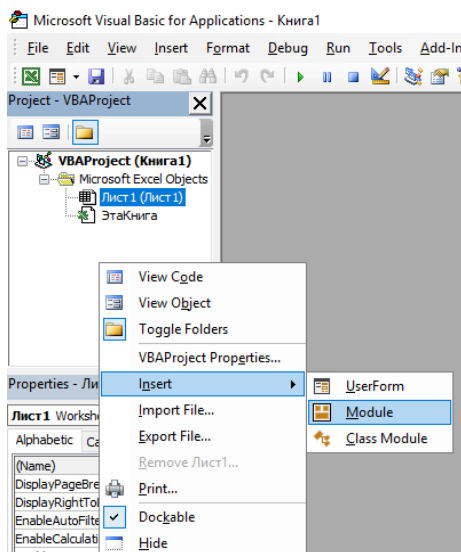


Рисунок 7.6 – Додавання нового модуля з кодом до Excel-файлу

7. Реалізувати запропонований алгоритм побудови дерева графа у вигляді програми на мові VBA (рис. 7.7).

Приклад програми на мові VBA наведено у лістингу. Програма починається з оголошення змінних як Public, що визначає їх доступність у всіх модулях даного файлу Excel. На даний час до файлу було додано тільки один модуль – Module1, проте в подальшому кількість модулів може бути збільшена.

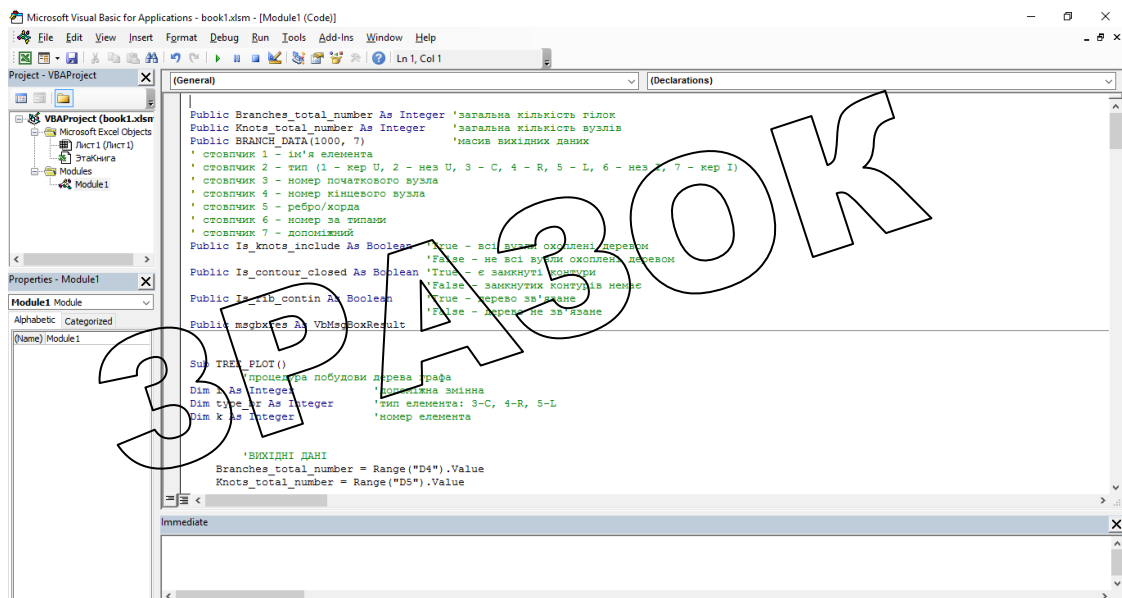


Рисунок 7.7 – Програма побудови дерева графа заступної схеми у вікні редактора VBA

Інформація про граф електромережі зберігається в масиві **BRANCH\_DATA**, кожен рядок якого асоційований з певною віткою графа, а до стовпчиків заносяться наступні дані:

- стовпчик 1 – ім'я елемента;
- стовпчик 2 – тип елемента гілки:
  - тип 1 – керовані джерела напруги;
  - тип 2 – незалежні джерела напруги;
  - тип 3 – ємності;
  - тип 4 – активні опори;
  - тип 5 – індуктивності;
  - тип 6 – незалежні джерела струму;
  - тип 7 – керовані джерела струму;
- стовпчик 3 – номер початкового вузла;
- стовпчик 4 – номер кінцевого вузла;
- стовпчик 5 – ребро/хорда;
- стовпчик 6 – номер гілки за типами елементів;
- стовпчик 7 – допоміжний.

Програма складається наступних підпрограм:

**TREE\_PLOT** – основна підпрограма, яка виконує побудову дерева графа, з неї викликаються допоміжні підпрограми, що перелічені нижче;

**SUB\_KNOTS\_INCLUDE** – підпрограма перевіряє, чи всі вузли охоплені деревом, тобто чи всі вузли належать ребрам, повертає значення логічної змінної *Is\_knots\_include*, яка відповідає змінній *K* в алгоритмі, блок-схема якого наведена на рис. 8.1;

**SUB\_RIB\_CONTIN** – підпрограма перевіряє, чи всі ребра з'єднані безперервно (чи є дерево зв'язаним), повертає значення логічної змінної *Is\_rib\_contin*, яка відповідає змінній *R* в алгоритмі, блок-схема якого наведена на рис. 8.1;



SUB\_CONTOUR\_CLOSED – підпрограма перевіряє, чи є замкнені контури, повертає значення логічної змінної Is\_contour\_closed, яка відповідає змінній C в алгоритмі, блок-схема якого наведена на рис. 8.1;

SUB\_DATA\_OUT – підпрограма виведення даних.

8. Призначити кнопці «Побудувати дерево графа» підпрограму (макрос) TREE\_PLOT.

9. Ввести у шаблон на аркуші Excel параметри графа для заступної схеми мережі (рис. 7.2, а). Елементарна електромережа, що розглядається в якості прикладу, включає трансформатор ТР, автоматичний вимикач АВ, кабель К та навантаження Н, в якості якого розглядається асинхронний електродвигун. На заступній схемі такої електромережі (рис. 7.2, б) вторинна обмотка трансформатора ТР подана джерелами ЕРС  $u_a-u_c$ , активними ( $R_{tra}-R_{trc}$ ) та індуктивними ( $L_{tra}-L_{trc}$ ) опорами, автоматичний вимикач АВ – активними опорами  $R_{QFa}-R_{QFc}$ , кабель - активними ( $R_{ka}-R_{kc}$ ) та індуктивними ( $L_{ka}-L_{kc}$ ) опорами, навантаження - активними ( $R_a-R_c$ ) та індуктивними ( $L_a-L_c$ ) опорами. Опис графа такої заступної схеми на аркуші Excel (стовпчики А-D) ілюструє рис. 7.8.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Побудувати дерево графа										
2											
3	Вихідні дані:										
4	Загальна кількість гілок=			24							
5	Загальна кількість вузлів=			23	Ребра та хорди графа						
6	Елемент	Тип	Поч. вуз.	Кін. вуз.	Гілка №	Елемент	Тип	Поч. вуз.	Кін. вуз.	реб/хор	
7	ua	2	1	2	1	ua	2	1	2	ребро	
8	Rtra	4	2	3	2	ub	2	1	10	ребро	
9	Ltra	5	3	4	3	uc	2	1	17	ребро	
10	RQFa	4	4	5	4	Rtra	4	2	3	ребро	
11	Rka	4	5	6	5	RQFa	4	4	5	ребро	
12	Lka	5	6	7	6	Rka	4	5	6	ребро	
13	Ra	4	7	8	7	Ra	4	7	8	ребро	
14	La	5	8	9	8	Rtrb	4	10	11	ребро	
15	ub	2	1	10	9	RQFb	4	12	13	ребро	
16	Rtrb	4	10	11	10	Rkb	4	13	14	ребро	
17	Ltrb	5	11	12	11	Rb	4	15	16	ребро	
18	RQFb	4	12	13	12	Rtrc	4	17	18	ребро	
19	Rkb	4	13	14	13	RQFc	4	19	20	ребро	
20	Lkb	5	14	15	14	Rkc	4	20	21	ребро	
21	Rb	4	15	16	15	Rc	4	22	23	ребро	
22	Lb	5	16	9	16	Lka	5	6	7	ребро	
23	uc	2	1	17	17	La	5	8	9	ребро	
24	Rtrc	4	17	18	18	Lkb	5	14	15	ребро	
25	Ltrc	5	18	19	19	Lb	5	16	9	ребро	
26	RQFc	4	19	20	20	Ltrc	5	18	19	ребро	
27	Rkc	4	20	21	21	Lkc	5	21	22	ребро	
28	Lkc	5	21	22	22	Lc	5	23	9	ребро	
29	Rc	4	22	23	23	Ltra	5	3	4	хорда	
30	Lc	5	23	9	24	Ltrb	5	11	12	хорда	

Рисунок 7.8 - Опис графа у вигляді таблиці на аркуші Excel та результат роботи програми – перелік ребер дерева та хорд доповнення дерева графа

10. Натиснути кнопку «Побудувати дерево графа» та отримати табличний опис дерева та доповнення дерева графа (рис. 7.8). Позначити на заступній схемі електромережі ребра графа, як показано на рис. 7.2.

## **ВМІСТ ЗВІТУ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ**

1. Тема, мета роботи.
2. Опис алгоритму побудови дерева графа схеми заміщення та відповідна блок-схема.
3. Лістинг програми на мові VBA для побудови дерева графа заступної схеми електромережі.
4. Вікно редактора VBA з програмою побудови дерева графа заступної схеми.
5. Заступна схема електромережі, що розглядається.
6. Опис графа у вигляді таблиці на аркуші Excel та результат роботи програми.
7. Висновки з аналізом отриманих результатів.

## **КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ**

1. Наведіть визначення термінів «граф», «дерево графа».
2. Що розуміють під особливостями електричної схеми, для якої побудовано граф?
3. Яким вимогам має задовольняти дерево графа?
4. Які гілки графа називають ребра, а які - хорди?
5. Поясніть функціонування алгоритму Для побудови дерева графа схеми заміщення електромережі.

## ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №7

### на мові VBA для побудови дерева графа заступної схеми електромережі

```

Public Branches_total_number As Integer 'загальна кількість гілок
Public Knots_total_number As Integer   'загальна кількість вузлів
Public BRANCH_DATA(1000, 7)            'масив вихідних даних
' стовпчик 1 - ім'я елемента
' стовпчик 2 - тип (1 - кер U, 2 - нез U, 3 - C, 4 - R, 5 - L, 6 - нез I, 7 - кер I)
' стовпчик 3 - номер початкового вузла
' стовпчик 4 - номер кінцевого вузла
' стовпчик 5 - ребро/хорда
' стовпчик 6 - номер за типами
' стовпчик 7 - допоміжний
Public Is_knots_include As Boolean      'True - всі вузли охоплені деревом
                                         'False - не всі вузли охоплені деревом
Public Is_contour_closed As Boolean     'True - є замкнуті контури
                                         'False - замкнутих контурів немає
Public Is_rib_contin As Boolean         'True - дерево зв'язане
                                         'False - дерево не зв'язане
Public msgbxres As VbMsgBoxResult

Sub TREE_PLOT()
    'процедура побудови дерева графа
    Dim i As Integer                    'допоміжна змінна
    Dim type_br As Integer              'тип елемента: 3-C, 4-R, 5-L
    Dim k As Integer                   'номер елемента

    'ВИХІДНІ ДАНІ
    Branches_total_number = Range("D4").Value
    Knots_total_number = Range("D5").Value

    For i = 1 To Branches_total_number
        BRANCH_DATA(i, 1) = Range("A" & i + 6).Value
        BRANCH_DATA(i, 2) = Range("B" & i + 6).Value
    
```

```

    BRANCH_DATA(i, 3) = Range("C" & i + 6).Value
    BRANCH_DATA(i, 4) = Range("D" & i + 6).Value
    BRANCH_DATA(i, 5) = Range("E" & i + 6).Value
Next

For i = 1 To Branches_total_number 'Всі джерела струму - хорди, всі інші - ребра
    If BRANCH_DATA(i, 2) = 6 Or BRANCH_DATA(i, 2) = 7 Then
        BRANCH_DATA(i, 5) = "хорда"
    Else
        BRANCH_DATA(i, 5) = "ребро"
    End If
Next

SUB_KNOTS_INCLUDE
SUB_RIB_CONTIN

If Is_knots_include And Is_rib_contin Then
    For type_br = 5 To 3 Step -1
        For k = 1 To Branches_total_number
            SUB_CONTOUR_CLOSED
            If Is_contour_closed Then
                If BRANCH_DATA(k, 2) = type_br And BRANCH_DATA(k, 5) = "ребро" Then
                    BRANCH_DATA(k, 5) = "хорда"
                    SUB_KNOTS_INCLUDE
                    SUB_RIB_CONTIN
                    If Not (Is_knots_include And Is_rib_contin) Then
                        BRANCH_DATA(k, 5) = "ребро"
                    End If
                End If
            Else
                'дерево побудовано успішно
                SUB_DATA_OUT 'підпрограма виведення даних
                msgboxres = MsgBox("Дерево побудовано успішно", _
                    vbOKOnly + vbInformation, "Програма TREE_PLOT")
                Exit Sub
            End If
        Next
    Next
Next

```

```

        msgbxres = MsgBox("Дерево побудувати неможливо", _
                           vbOKOnly + vbCritical, "Програма TREE_PLOT")
    Exit Sub
Else
    msgbxres = MsgBox("В заступній схемі помилки: в схемі не має бути _
                       непідключених елементів", _
                       vbOKOnly + vbExclamation, "Програма TREE_PLOT")
    Exit Sub
End If
End Sub

Sub SUB_KNOTS_INCLUDE()    'викликається з TREE_PLOT
    'Підпрограма перевіряє, чи всі вузли охоплені деревом, тобто чи всі вузли належать ребрам
    'Повертає значення Is_knots_include: True - всі вузли охоплені деревом,
    '                                     тобто належать ребрам
    'False - не всі вузли охоплені деревом

    Dim knots_all(1000) As Boolean 'проміжний масив, номер елемента відповідає номеру вузла
    'Т - вузол згадується, F - вузол не згадується
    Dim b As Boolean, i As Integer 'допоміжні змінні

    knots_all(0) = True 'не використовується
    For i = 1 To Knots_total_number
        knots_all(i) = False 'початкові значення
    Next

    For i = 1 To Branches_total_number
        If BRANCH_DATA(i, 5) = "ребро" Then
            knots_all(BRANCH_DATA(i, 3)) = True
            knots_all(BRANCH_DATA(i, 4)) = True
        End If
    Next

    b = True
    'перевірка на наявність всіх вузлів в дереві
    For i = 1 To Knots_total_number

```

```
        b = b And knots_all(i)
    Next
```

```
Is_knots_include = b
```

**End Sub**

**Sub SUB\_RIB\_CONTIN()** 'викликається з TREE\_PLOT

'Підпрограма перевіряє, чи всі ребра з'єднані безперервно (чи є дерево зв'язаним)  
'Ребра перебираються послідовно, починаючи з першого

Dim knots\_all(1000) As Boolean 'проміжний масив, номер елемента відповідає номеру вузла  
'Т - вузел згадується, F - вузел не згадується

Dim i As Integer 'допоміжна змінна

knots\_all(0) = True 'не використовується  
For i = 1 To Knots\_total\_number  
 knots\_all(i) = False 'початкові значення  
Next

For i = 1 To Branches\_total\_number  
 BRANCH\_DATA(i, 7) = "" 'початкові значення в допоміжному стовпчику  
Next

'знайти перше ребро та відмітити його \* (стовпчик 7 в BRANCH\_DATA),  
'відмітити його вузли як True в knots\_all  
For i = 1 To Branches\_total\_number  
 If BRANCH\_DATA(i, 5) = "ребро" Then  
 BRANCH\_DATA(i, 7) = "\*"
 knots\_all(BRANCH\_DATA(i, 3)) = True
 knots\_all(BRANCH\_DATA(i, 4)) = True
 GoTo L1
 End If
Next

L1:

```

For i = 1 To Branches_total_number
    If BRANCH_DATA(i, 5) = "ребро" And BRANCH_DATA(i, 7) <> "*" Then
        'знайшлося ще не відмічене * ребро, перевірити його вузли на
        'з'єднання з відміченими ребрами
        If knots_all(BRANCH_DATA(i, 3)) Or knots_all(BRANCH_DATA(i, 4)) Then
            BRANCH_DATA(i, 7) = "*"
            knots_all(BRANCH_DATA(i, 3)) = True
            knots_all(BRANCH_DATA(i, 4)) = True
            GoTo L1 'перевіряти ребра заново
        End If
    End If
Next

'перевірити, чи залишилися ще не відмічені ребра
For i = 1 To Branches_total_number
    If BRANCH_DATA(i, 5) = "ребро" And BRANCH_DATA(i, 7) <> "*" Then
        'це ребро не відмічене, тобто дерево не зв'язане
        Is_rib_contin = False
        Exit Sub
    End If
Next
Is_rib_contin = True 'ребра з'єднані безперервно
End Sub

Sub SUB_CONTOUR_CLOSED() 'викликається з TREE_PLOT
    'Підпрограма перевіряє, чи є замкнені контури
    'Ребра перевіряються послідовно, починаючи з першого
    'Якщо нове ребро з'єднує два вузла, які вже перевірялися, то замкнений контур є

    Dim knots_all(1000) As Boolean 'проміжний масив, номер елемента відповідає номеру вузла
                                'Т - вузел згадувався, F - вузел не згадувався

    Dim i As Integer 'допоміжна

    knots_all(0) = True 'не використовується
    For i = 1 To Knots_total_number
        knots_all(i) = False 'початкові значення
    Next

```

```

For i = 1 To Branches_total_number
    BRANCH_DATA(i, 7) = "" 'початкові значення
Next

'знайти перше ребро та відмітити його * (стовпчик 7 в BRANCH_DATA),
'відмітити його вузли True в knots_all
For i = 1 To Branches_total_number
    If BRANCH_DATA(i, 5) = "ребро" Then
        BRANCH_DATA(i, 7) = "*"
        knots_all(BRANCH_DATA(i, 3)) = True
        knots_all(BRANCH_DATA(i, 4)) = True
        GoTo L1
    End If
Next

L1:
For i = 1 To Branches_total_number
    If BRANCH_DATA(i, 5) = "ребро" And BRANCH_DATA(i, 7) <> "*" Then
        'знайшли ребро, ще не відмічене *, перевірити його вузли на
        'з'єднання з відміченими ребрами

        If knots_all(BRANCH_DATA(i, 3)) Or knots_all(BRANCH_DATA(i, 4)) Then

            If knots_all(BRANCH_DATA(i, 3)) And knots_all(BRANCH_DATA(i, 4)) Then
                'є замкнений контур
                Is_contour_closed = True
                Exit Sub
            End If

            BRANCH_DATA(i, 7) = "*"
            knots_all(BRANCH_DATA(i, 3)) = True
            knots_all(BRANCH_DATA(i, 4)) = True
            GoTo L1 'перевіряти всі ребра знову
        End If
    End If
Next

```



```
Is_contour_closed = False 'замкнений контурів по ребрам немає
```

```
End Sub
```

```
Sub SUB_DATA_OUT() 'підпрограма виведення даних
```

```
    'очищення
```

```
    Columns("F:F").Select
```

```
    Selection.Clear
```

```
    Range("F5").Value = "Ребра та хорди графа"
```

```
    Range("F6").Value = "Гілка №"
```

```
    Range("G6").Value = "Елемент"
```

```
    Range("H6").Value = "Тип"
```

```
    Range("I6").Value = "Поч. вуз."
```

```
    Range("J6").Value = "Кін. вуз."
```

```
    Range("K6").Value = "реб/хор"
```

```
    Columns("F:K").HorizontalAlignment = xlLeft
```

```
    Range("F6:K" & Branches_total_number + 6).HorizontalAlignment = xlCenter
```

```
    'заповнення колонки 6 масива BRANCH_DATA номерами по зростанню типа гілки
```

```
    'та сортування гілок за типами
```

```
    'на початку таблиці розміщуються всі ребра дерева в кількості der_num,
```

```
    'а потім - всі хорди в кількості Branches_total_number-der_num
```

```
    Dim num As Integer 'поточний новий номер гілки
```

```
    Dim type_num As Integer 'номер типа
```

```
    Dim i As Integer, k As Integer
```

```
    num = 1
```

```
    For type_num = 1 To 7 'по ребрам
```

```
        'по кожному типу гілок
```

```
        For i = 1 To Branches_total_number
```

```
            If BRANCH_DATA(i, 5) = "ребро" And BRANCH_DATA(i, 2) = type_num Then
```

```
                'якщо гілка є ребром поточного типу
```

```
                BRANCH_DATA(i, 6) = num
```

```
                result_print i, num
```

```
                num = num + 1
```

```
            End If
```

```
        Next
```

```
    Next
```

```

der_num = num - 1 'Загальна кількість ребер дерева

If der_num <> Knots_total_number - 1 Then 'перевірка умови по кількості ребер
    MsgBoxres = MsgBox("Помилкова кількість ребер дерева",
        _vbOKOnly + vbCritical, "Програма TREE_PLOT")
    Exit Sub
End If

For type_num = 1 To 7 'по хордам
    'по кожному типу гілок
    For i = 1 To Branches_total_number
        If BRANCH_DATA(i, 5) = "хорда" And BRANCH_DATA(i, 2) = type_num Then
            'якщо гілка є хордою поточного типу
            BRANCH_DATA(i, 6) = num
            result_print i, num
            num = num + 1
        End If
    Next
Next
Range("A1").Select
End Sub

Sub result_print(i As Integer, num As Integer)
    Range("F" & num + 6).Value = num 'Гілка №
    Range("G" & num + 6).Value = BRANCH_DATA(i, 1) 'Елемент
    Range("H" & num + 6).Value = BRANCH_DATA(i, 2) 'Тип
    Range("I" & num + 6).Value = BRANCH_DATA(i, 3) 'Поч. вуз.
    Range("J" & num + 6).Value = BRANCH_DATA(i, 4) 'Кін. вуз.
    Range("K" & num + 6).Value = BRANCH_DATA(i, 5) 'реб/хор
End Sub

```

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

### Розроблення програми формування матриці головних перетинів для графа заступної схеми електромережі

Мета: освоїти методику формування матриці головних перетинів для графа заступної схеми електромережі.

#### КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Матриця інциденцій  $\bar{A}_0$  аналітично описує спосіб сполучення вершин графа з вітками, тобто дає топологічний опис схеми заміщення, для якої складено граф. Кількість рядків матриці  $\bar{A}_0$  відповідає кількості вузлів ( $N_y$ ), а кількість стовпчиків – кількості віток графа ( $N$ ). Елементи  $i$ -го рядка матриці  $\bar{A}_0$  дозволяють встановити, які вітки підключені до  $i$ -го вузла та який їх напрямок відносно цього вузла, а  $j$ -й стовпчик показує, з якими вузлами з'єднана  $j$ -та вітка. Елемент  $a_{(0)ij}$  ( $i = \overline{1, N_y}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ) матриці інциденцій  $\bar{A}_0$  дорівнює «0», якщо  $j$ -я вітка графа не підключена до  $i$ -го вузла, дорівнює «+1», якщо  $j$ -я вітка графа підключена до  $i$ -го вузла та спрямована від цього вузла, або дорівнює «-1», якщо  $j$ -я вітка графа підключена до  $i$ -го вузла та спрямована у бік цього вузла.

Оскільки кожна вітка графа підключена до двох вузлів, то в будь-якому стовпчику матриці  $\bar{A}_0$  два елементи є ненульовими, причому один дорівнює «+1», а інший становить «-1», тобто один з рядків є залежним та може бути викреслений з матриці  $\bar{A}_0$ . Матриця інциденцій, у якої кількість рядків дорівнює кількості ребер  $N_p = N_y - 1$ , є скороченою матрицею інциденцій  $\bar{A}$ . Скорочена матриця інциденцій  $\bar{A}$  для графа схеми заміщення відповідає матриці  $\bar{A}_0$  за умови викреслення довільного рядка (наприклад, останнього). За допомогою скороченої матриці інциденцій  $\bar{A}$  можна отримати матрицю головних перетинів.

Матриця головних перетинів  $\bar{F}_1$  встановлює зв'язок між ребрами та головними перетинами графа. Кількість рядків матриці  $\bar{F}_1$  дорівнює кількості ребер графа ( $N_p$ ), а кількість стовпчиків – кількості хорд ( $N_x$ ). Матриця  $\bar{F}_1$  визначає повну систему топологічних рівнянь, що описують електричну схему згідно законів Кірхгофа, зокрема встановлює зв'язок між векторами струмів ребер  $\bar{I}_p$  та струмів хорд  $\bar{I}_x$  (згідно першого закону Кірхгофа):

$$\bar{I}_p = -\bar{F}_1 \bar{I}_x, \quad (8.1)$$

та зв'язок між векторами напруг хорд  $\bar{U}_x$  та напруг ребер  $\bar{U}_p$  (згідно другого закону Кірхгофа):

$$\bar{U}_x = \bar{F}_1^T \bar{U}_p, \quad (8.2)$$

де  $\bar{F}_1^T$  - транспонована матриця головних перетинів.

Матриця головних перетинів  $\bar{F}_1$  в загальному випадку має вигляд:

$$\bar{F}_1 = \begin{matrix} & & \text{хорди} & & & \\ & & & & & \\ \text{ребра} & \begin{matrix} U_y \\ U \\ C_p \\ R_p \\ L_p \end{matrix} & \begin{matrix} C_x \\ R_x \\ L_x \\ I \\ I_y \end{matrix} & \begin{matrix} \bar{F}_2 & \bar{F}_3 & \bar{F}_4 & \bar{F}_5 & \bar{F}_6 \\ \bar{F}_7 & \bar{F}_8 & \bar{F}_9 & \bar{F}_{10} & \bar{F}_{11} \\ \bar{F}_{12} & \bar{F}_{13} & \bar{F}_{14} & \bar{F}_{15} & \bar{F}_{16} \\ \bar{F}_{17} & \bar{F}_{18} & \bar{F}_{19} & \bar{F}_{20} & \bar{F}_{21} \\ \bar{F}_{22} & \bar{F}_{23} & \bar{F}_{24} & \bar{F}_{25} & \bar{F}_{26} \end{matrix} & \end{matrix} \quad (8.3)$$

де підматриці  $\bar{F}_2, \bar{F}_7, \bar{F}_{17}, \bar{F}_{22}, \bar{F}_{23}, \bar{F}_{25}, \bar{F}_{26}$  є нульовими через припущення про відсутність відповідних особливостей графа;  $\bar{F}_5, \bar{F}_6, \bar{F}_{10}, \bar{F}_{11}$  - в подальших розрахунках не використовуються, оскільки джерела струму та джерела напруги не зв'язані.

Чисельно матриця головних перетинів  $\bar{F}_1$  може бути отримана зі скороченої матриці інциденцій  $\bar{A}$  шляхом перетворень останньої таким чином, щоб в лівій частині матриці інциденцій утворилася одинична підматриця, тоді права частина представляє шукану матрицю головних перетинів. В ході перетворень допускаються перестановки рядків та стовпчиків, додавання або віднімання рядків матриці інциденцій.

Перетворення матриці інциденцій може бути здійснено за допомогою алгоритму, блок-схема якого представлена на рис. 8.1, де  $j$  позначає номер елемента по головній діагоналі одиничної підматриці, що формується у лівій частині скороченої матриці інциденцій. Після присвоєння змінній  $j$  нульового значення (блок 2), виконується її інкремент (блок 3), що дозволяє розпочати формування одиничної підматриці з елемента (1,1) по головній діагоналі. В блоці 4 виконується перевірка, чи не був  $j-1$  елемент останнім по головній діагоналі (кількість рядків  $\bar{A}$  становить  $N_y-1$ ). Якщо  $j-1$  елемент був не останнім (вітка «Так» блоку 4), то у циклі по змінній  $i$  перебираються номери елементів матриці інциденцій, що належать головній діагоналі одиничної підматриці, яка формується, від  $j$  до  $N_y-1$ . На кожному проході цикла по

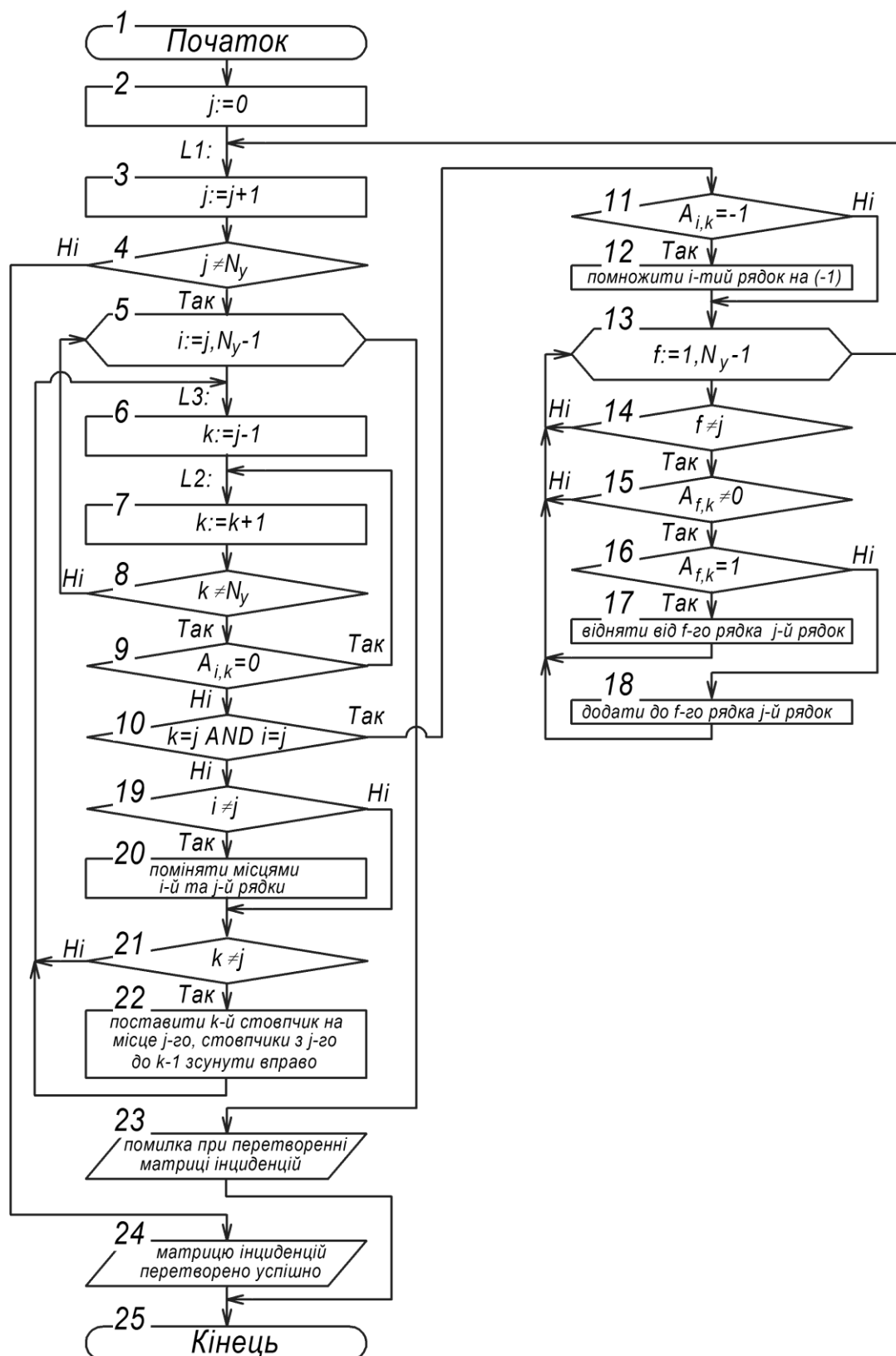


Рисунок 8.1 - Блок-схема алгоритму формування матриці головних перетинів зі скороченої матриці інцидентій

змінній  $i$  вводиться проміжна змінна  $k$ , яка вказує номер стовпчика матриці  $\bar{A}$ , якій у блоці 6 присвоюється значення  $j-1$ . Інкремент змінної  $k$  (блок 7) дозволяє розглядати номери стовпчиків, починаючи з  $j$ -го. Якщо стовпчик  $k-1$  був останнім стовпчиком одиничної підматриці, що формується, то розглядається наступний  $i$  елемент головної діагоналі цієї підматриці (вітка «Ні» блоку 8).

Якщо твердження ( $k \neq N_y$ ) відповідає дійсності (вітка «Так» блоку 8), то елемент скороченої матриці інциденцій  $A_{i,k}$  перевіряється на нульове значення. Якщо  $A_{i,k}=0$  (вітка «Так» блоку 9), то розглядається наступний стовпчик  $k$ . Якщо елемент  $A_{i,k}$  є ненульовим, то перевіряють, чи належить він головній діагоналі одиничної підматриці (блок 10). Якщо остання умова виконується (вітка «Так» блоку 10), та якщо вказаний елемент дорівнює «-1» (вітка «Так» блоку 11), то  $i$ -й рядок множать на «-1», щоб елемент  $A_{i,k}$  дорівнював «1», оскільки це дозволяє сформувати одиничну підматрицю.

Після цього перевіряють, чи є у  $k$ -му стовпчику ненульові елементи, окрім елемента на головній діагоналі (блоки 13-15). Якщо такий елемент знайдено і від дорівнює «1» (вітка «Так» блоку 16), то від рядка, якому належить вказаний елемент, віднімають  $j$ -й рядок (блок 17), в іншому випадку (якщо ненульовий елемент дорівнює «-1») до вказаного рядка додають  $j$ -й рядок (блок 18). Після обнуління всіх елементів  $k$ -го стовпчика, окрім елемента, що належить головній діагоналі одиничної підматриці, переходять до інкремента  $j$  (перехід від блока 13 до 3 на мітку L1). У випадку, якщо ненульовий елемент  $A_{i,k}$  не належить головній діагоналі (вітка «Ні» блоку 10), та при виконанні умови  $i \neq j$  (вітка «Так» блоку 19), міняють місцями  $i$ -й та  $j$ -й рядки (блок 20). У випадку виконання умови  $k \neq j$  (вітка «Так» блоку 21)  $k$ -й стовпчик ставиться на місце  $j$ -го, стовпчики з  $j$ -го до  $k-1$  зсуваються вправо (блок 22), після чого заново аналізують стовпчики одиничної матриці, що формується, починаючи з  $j$  (перехід на мітку L3). Якщо всі елементи по  $i$  були проаналізовані, а вихід з циклів по вітці «Ні» блока 4 не було здійснено, то видається повідомлення про помилку під час перетворення матриці інциденцій (блок 23) і обчислення за алгоритмом закінчуються (блок 25). Якщо одинична підматриця у лівій частині скороченої матриці інциденцій була успішно сформована (вітка «Ні» блока 4), то видається відповідне повідомлення (блок 24) і розрахунки за алгоритмом закінчуються (блок 25).

Виділяючи з перетвореної матриці інциденцій матрицю головних перетинів слід враховувати, що рядки матриці інциденцій відповідають ребрам дерева графа, отже порядок номерів ребер у стовпчиках перетвореної матриці інциденцій зберігається при нумерації ребер у рядках матриці головних перетинів. Для збереження порядку слідування ребер необхідно відсортувати

рядки матриці головних перетинів по порядку слідування ребер, в результаті чого отримаємо остаточний вигляд матриці головних перетинів.

## ЗАВДАННЯ

Скласти програму на мові Microsoft Visual Basic for Applications (VBA) для формування матриці головних перетинів для графа заступної схеми електромережі. Введення вихідних даних та виведення результатів організувати в табличній формі за допомогою аркуша Excel-файла. Отримати матрицю головних перетинів для заступної схеми електромережі, що розглядається в лабораторній роботі №7.

## ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Лабораторна робота виконується в Excel-файлі, що був розроблений в попередній лабораторній роботі.

1. В редакторі VBA необхідно створити Module2, в якому розмістити програму формування матриці головних перетинів для графа заступної схеми електромережі, що реалізує наведений алгоритм (рис. 8.1).

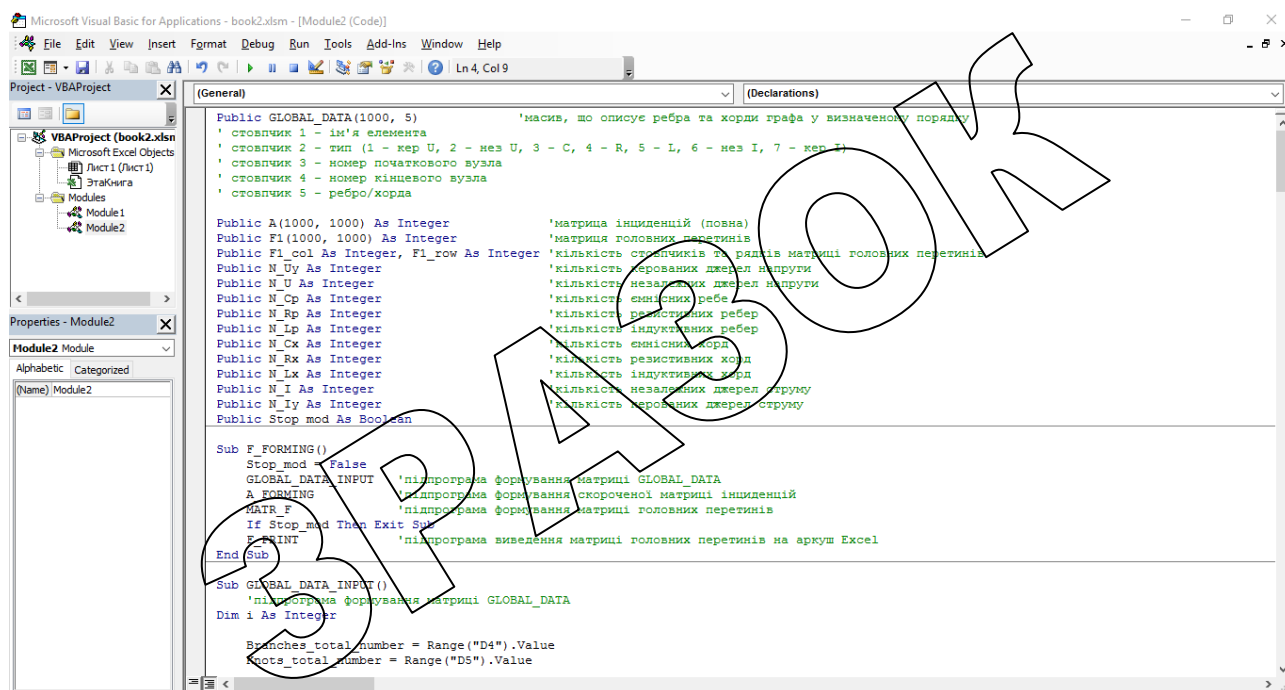


Рисунок 8.1 - Програма формування матриці головних перетинів у вікні редактора VBA

Приклад програми на мові VBA наведено у додатку А. Програма починається з оголошення змінних. Основна програма – F\_FORMING, з якої по черзі викликаються наступні підпрограми:

GLOBAL\_DATA\_INPUT - підпрограма формування матриці GLOBAL\_DATA, що зберігає опис дерева та доповнення дерева графа;

A\_FORMING - підпрограма формування скороченої матриці інцидентій;  
 MATR\_F - підпрограма формування матриці головних перетинів;  
 F\_PRINT - підпрограма виведення матриці головних перетинів на аркуш Excel.

2. На робочому аркуші (комірки F1:J2) необхідно розмістити кнопку під назвою «Сформувати матрицю головних перетинів», якій призначити макрос F\_FORMING (рис. 8.2).

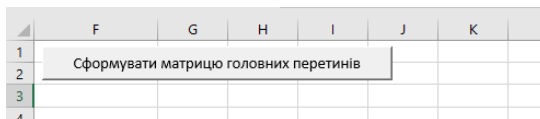


Рисунок 8.2 – Розміщення кнопки «Сформувати матрицю головних перетинів»

3. Натиснути кнопку «Сформувати матрицю головних перетинів», в результаті чого на робочий аркуш буде виведена матриця головних перетинів для електромережі заданої конфігурації (рис. 8.3).

	M	N	O	P	Q	R	S
5	Кількість керованих джерел напруги					N_Uy=	0
6	Кількість незалежних джерел напруги					N_U=	3
7	Кількість ємнісних ребер					N_Cp=	0
8	Кількість резистивних ребер					N_Rp=	12
9	Кількість індуктивних ребер					N_Lp=	7
10	Кількість ємнісних хорд					N_Cx=	0
11	Кількість резистивних хорд					N_Rx=	0
12	Кількість індуктивних хорд					N_Lx=	2
13	Кількість незалежних джерел струму					N_I=	0
14	Кількість керованих джерел струму					N_Iy=	0
15							
16	МАТРИЦЯ ГОЛОВНИХ ПЕРЕТИНІВ F1 =						
17				хорди			
18				23	24		
19				Ltrp	Ltrb		
20	p	1	ua	-1	0		
21	e	2	ub	0	-1		
22	б	3	uc	1	1		
23	p	4	Rtra	-1	0		
24	a	5	RQFa	-1	0		
25		6	Rka	-1	0		
26		7	Ra	-1	0		
27		8	Rtrb	0	-1		
28		9	RQFb	0	-1		
29		10	Rkb	0	-1		
30		11	Rb	0	-1		
31		12	Rtrc	1	1		
32		13	RQFc	1	1		
33		14	Rkc	1	1		
34		15	Rc	1	1		
35		16	Lka	-1	0		
36		17	La	-1	0		
37		18	Lkb	0	-1		
38		19	Lb	0	-1		
39		20	Ltrc	1	1		
40		21	Lkc	1	1		
41		22	Lc	1	1		
42							

Рисунок 8.3 – Результат роботи програми - матриця головних перетинів електромережі заданої конфігурації



## **ВМІСТ ЗВІТУ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ**

1. Тема, мета роботи.
2. Опис алгоритму формування скороченої матриці інциденцій.
3. Опис алгоритму формування матриці головних перетинів зі скороченої матриці інциденцій.
4. Лістинг програми на мові VBA формування матриці головних перетинів електромережі.
4. Вікно редактора VBA з програмою.
5. Заступна схема електромережі, що розглядається.
6. Матриця головних перетинів електромережі заданої конфігурації.
7. Висновки з аналізом отриманих результатів.

## **КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ**

1. Що описує матриця інциденцій?
2. Як визначаються елементи матриці інциденцій?
3. Як отримати скорочену матрицю інциденцій?
4. Що описує матриця головних перетинів?
5. Як формулюються закони Кірхгофа у матричній формі відповідно до матриці головних перетинів?
6. Яким чином головних перетинів може бути чисельно отримана зі скороченої матриці інциденцій?
7. Поясніть функціонування алгоритму формування матриці головних перетинів зі скороченої матриці інциденцій.

## ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №8

### на мові VBA формування матриці головних перетинів для графа заступної схеми електромережі

```

Public GLOBAL_DATA(1000, 5)           'масив, що описує ребра та хорди графа у визначеному порядку
' стовпчик 1 - ім'я елемента
' стовпчик 2 - тип (1 - кер U, 2 - нез U, 3 - C, 4 - R, 5 - L, 6 - нез I, 7 - кер I)
' стовпчик 3 - номер початкового вузла
' стовпчик 4 - номер кінцевого вузла
' стовпчик 5 - ребро/хорда

Public A(1000, 1000) As Integer        'матриця інцидентій (повна)
Public F1(1000, 1000) As Integer        'матриця головних перетинів
Public F1_col As Integer, F1_row As Integer 'кількість стовпчиків та рядків матриці головних перетинів
Public N_Uy As Integer                  'кількість керованих джерел напруги
Public N_U As Integer                   'кількість незалежних джерел напруги
Public N_Cp As Integer                  'кількість ємнісних ребе
Public N_Rp As Integer                  'кількість резистивних ребер
Public N_Lp As Integer                  'кількість індуктивних ребер
Public N_Cx As Integer                  'кількість ємнісних хорд
Public N_Rx As Integer                  'кількість резистивних хорд
Public N_Lx As Integer                  'кількість індуктивних хорд
Public N_I As Integer                   'кількість незалежних джерел струму
Public N_Iy As Integer                  'кількість керованих джерел струму
Public Stop_mod As Boolean

Sub F_FORMING()
    Stop_mod = False
    GLOBAL_DATA_INPUT 'підпрограма формування матриці GLOBAL_DATA
    A_FORMING          'підпрограма формування скороченої матриці інцидентій
    MATR_F             'підпрограма формування матриці головних перетинів
    If Stop_mod Then Exit Sub
    F_PRINT            'підпрограма виведення матриці головних перетинів на аркуш Excel
End Sub

Sub GLOBAL_DATA_INPUT()
    'підпрограма формування матриці GLOBAL_DATA

```

```

Dim i As Integer

Branches_total_number = Range("D4").Value
Knots_total_number = Range("D5").Value

For i = 1 To Branches_total_number
    GLOBAL_DATA(i, 1) = Range("G" & i + 6).Value
    GLOBAL_DATA(i, 2) = Range("H" & i + 6).Value
    GLOBAL_DATA(i, 3) = Range("I" & i + 6).Value
    GLOBAL_DATA(i, 4) = Range("J" & i + 6).Value
    GLOBAL_DATA(i, 5) = Range("K" & i + 6).Value
Next
End Sub

Sub A_FORMING()
    'підпрограма формування скороченої матриці інцидентій
    Dim i As Integer, j As Integer 'допоміжні лічильники

    For j = 1 To Branches_total_number 'номера гілок по GLOBAL_DATA
        A(0, j) = j
    Next

    For i = 1 To Knots_total_number
        For j = 1 To Branches_total_number
            'по i-му вузлу j-й гілці
            A(i, j) = 0 'ініціалізація
            If GLOBAL_DATA(j, 3) = i Then
                'по початковому вузлу
                A(i, j) = 1
            End If
            If GLOBAL_DATA(j, 4) = i Then
                'по кінцевому вузлу
                A(i, j) = -1
            End If
        Next
    Next
Next
End Sub

```

**Sub MATR\_F()**

```
Dim n As Integer 'загальна кількість вузлів
Dim m As Integer 'загальна кількість гілок
Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer, r As Integer, f As Integer 'допоміжні лічильники
Dim q As Integer 'допоміжна змінна
Dim F2(1000, 1000) As Integer 'допоміжна матриця, що використ. при сортуванні рядків матриці F1
```

```
n = Knots_total_number
m = Branches_total_number
```

```

j = 0
L1:  j = j + 1
    If j <> n Then
        For i = j To n - 1
L3:      k = j - 1
L2:      k = k + 1
        If k <> n Then 'аналізувати тільки по ребрам (дозволяється міняти місцями тільки стовпчики,
                        'що містять ребра, стовпчики з хордами не дозволяється)
            If A(i, k) = 0 Then GoTo L2
            If k = j And i = j Then
                '+-1 в потрібній клітинці
                If A(i, k) = -1 Then
                    'i-ий рядок помножити на (-1)
                    For r = 1 To m
                        A(i, r) = A(i, r) * (-1)
                    Next
                End If
                'перевірити, чи є у стовпчику j ненульові елементи
                For f = 1 To n - 1
                    If f <> j Then
                        If A(f, k) <> 0 Then
                            If A(f, k) = 1 Then
                                'відняти j-ий рядок від f-го
                                For r = 1 To m
                                    A(f, r) = A(f, r) - A(j, r)
                                Next
                            Else
                                'додати j-ий рядок до f-го
                                For r = 1 To m
                                    A(f, r) = A(f, r) + A(j, r)
                                Next
                            End If
                        End If
                    End If
                Next
            End If
        Next i
    End If
End Sub
```

```

        'додати до f-го рядка j-ий
        For r = 1 To m
            A(f, r) = A(f, r) + A(j, r)
        Next
    End If
End If
End If
Next
GoTo L1
Else
    If i <> j Then
        'поміняти місцями i-ий та j-й рядок
        For r = 1 To m
            q = A(i, r)
            A(i, r) = A(j, r)
            A(j, r) = q
        Next
    End If
    If k <> j Then
        'поставити k-ий стовпчик на місце j-го, стовпчики з j-го до k-1 зсунути вправо
        For r = 0 To n - 1 'по рядкам
            q = A(r, k)
            For f = k To j + 1 Step -1
                A(r, f) = A(r, f - 1)
            Next
            A(r, j) = q
        Next
    End If
    GoTo L3
End If
End If
Next i
'помилка
msgbxres = MsgBox("Помилка під час формування матриці головних перетинів", _
    vbOKOnly + vbCritical, "Програма F_FORMING")
Stop_mod = True
Exit Sub

```

```

Else 'j <> n
    'кінець
    'сформувати матрицю F

    'в нульовому рядку та нульовому стовпчику - дійсні номери ребер та хорд відповідно до GLOBAL_DATA
    For i = 1 To n - 1 'рядок
        F1(i, 0) = A(0, i)
    Next
    For k = 1 To m - n + 1 'стовпчик
        F1(0, k) = A(0, k + n - 1)
    Next

    'виділення матриці F з матриці головних перетинів
    For i = 1 To n - 1 'рядок
        For k = 1 To m - n + 1 'стовпчик
            F1(i, k) = A(i, k + n - 1)
        Next
    Next
End If 'j <> n

F1_col = m - n + 1
F1_row = n - 1

'рядки матриці головних перетинів необхідно відсортувати за номерами ребер,
'які зберігаються в її нульовому стовпчику, оскільки
'порядок ребер змінився при виділенні з матриці інцидентій одиничної матриці
'(порядок хорд не змінився)

k = 1
L4: For i = 1 To F1_row
    If F1(i, 0) = k Then
        'i-ий рядок перемістити на k-е місце в F2
        For j = 0 To F1_col
            F2(k, j) = F1(i, j)
        Next
        k = k + 1
        GoTo L4
    End If

```

```

Next
'нульовий рядок F1 лишається без змін, вся інша матриця переноситься з F2 у відсотованому вигляді
For i = 1 To F1_row
    For j = 0 To F1_col
        F1(i, j) = F2(i, j)
    Next
Next

N_Uy = 0
N_U = 0
N_Cp = 0
N_Rp = 0
N_Lp = 0
N_Cx = 0
N_Rx = 0
N_Lx = 0
N_I = 0
N_Iy = 0

'визначення кількості ребер та хорд всіх типів у схемі
For i = 1 To F1_row 'визначення кількості ребер за даними нульового
                    'стовпчика матриці головних перетинів F1
    Select Case GLOBAL_DATA(F1(i, 0), 2) 'з GLOBAL_DATA читається тип поточного ребра
        Case 1 'Uy
            N_Uy = N_Uy + 1
        Case 2 'U
            N_U = N_U + 1
        Case 3 'Cp
            N_Cp = N_Cp + 1
        Case 4 'Rp
            N_Rp = N_Rp + 1
        Case 5 'Lp
            N_Lp = N_Lp + 1
    End Select
Next

For i = 1 To F1_col 'визначення кількості хорд за даними нульового рядка матриці головних перетинів F1
    Select Case GLOBAL_DATA(F1(0, i), 2) 'з GLOBAL_DATA читається тип поточної хорди

```

```

Case 3 'Cx
N_Cx = N_Cx + 1
Case 4 'Rx
N_Rx = N_Rx + 1
Case 5 'Lx
N_Lx = N_Lx + 1
Case 6 'I
N_I = N_I + 1
Case 7 'Iy
N_Iy = N_Iy + 1
End Select
Next
End Sub

Sub F_PRINT()
Columns("M:FF").Select
Selection.Clear
Selection.Font.Bold = False
Selection.ColumnWidth = 8

Range("M5").Value = "Кількість керованих джерел напруги"
Range("M6").Value = "Кількість незалежних джерел напруги"
Range("M7").Value = "Кількість ємнісних ребер"
Range("M8").Value = "Кількість резистивних ребер"
Range("M9").Value = "Кількість індуктивних ребер"
Range("M10").Value = "Кількість ємнісних хорд"
Range("M11").Value = "Кількість резистивних хорд"
Range("M12").Value = "Кількість індуктивних хорд"
Range("M13").Value = "Кількість незалежних джерел струму"
Range("M14").Value = "Кількість керованих джерел струму"

Range("R5").Value = "N_Uy="
Range("R6").Value = "N_U="
Range("R7").Value = "N_Cp="
Range("R8").Value = "N_Rp="
Range("R9").Value = "N_Lp="
Range("R10").Value = "N_Cx="
Range("R11").Value = "N_Rx="

```



```

Range("R12").Value = "N_Lx="
Range("R13").Value = "N_I="
Range("R14").Value = "N_Iy="

```

```

Range("S5").Value = N_Uy
Range("S6").Value = N_U
Range("S7").Value = N_Cp
Range("S8").Value = N_Rp
Range("S9").Value = N_Lp
Range("S10").Value = N_Cx
Range("S11").Value = N_Rx
Range("S12").Value = N_Lx
Range("S13").Value = N_I
Range("S14").Value = N_Iy

```

```

Range("M16").Value = "МАТРИЦЯ ГОЛОВНИХ ПЕРЕТИНІВ F1 ="

```

```

Range("P17").Value = "х о р д и"
Range("M20").Value = "р"
Range("M21").Value = "е"
Range("M22").Value = "о"
Range("M23").Value = "р"
Range("M24").Value = "а"

```

```

Range("N18").Select

```

```

For i = 1 To F1_row
    ActiveCell.Offset(i + 1, 0).Value = F1(i, 0)      'номер гілки
    ActiveCell.Offset(i + 1, 1).Value = GLOBAL_DATA(F1(i, 0), 1) 'ім'я елемента
    ActiveCell.Offset(i + 1, 0).HorizontalAlignment = xlCenter
    ActiveCell.Offset(i + 1, 1).HorizontalAlignment = xlCenter
Next

```

```

For j = 1 To F1_col
    ActiveCell.Offset(0, j + 1).Value = F1(0, j)      'номер гілки
    ActiveCell.Offset(1, j + 1).Value = GLOBAL_DATA(F1(0, j), 1) 'ім'я елемента
    ActiveCell.Offset(0, j + 1).HorizontalAlignment = xlCenter

```

```

        ActiveCell.Offset(1, j + 1).HorizontalAlignment = xlCenter
Next
For i = 1 To Fl_row
    For j = 1 To Fl_col
        ActiveCell.Offset(i + 1, j + 1).Value = F1(i, j)
        ActiveCell.Offset(i + 1, j + 1).Font.Bold = True
        ActiveCell.Offset(i + 1, j + 1).HorizontalAlignment = xlCenter
    Next
Next
Range("N18").Value = ""
Range("A1").Select
msgboxres = MsgBox("Матрицю головних перетинів побудовано успішно", _
    vbOKOnly + vbInformation, "Програма F_FORMING")
End Sub

```

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 9

### Формування коефіцієнтів та чисельне розв'язання матричного диференційного рівняння стану електромережі

Мета: освоїти методи формування матричних коефіцієнтів та чисельного розв'язання диференційного рівняння стану електромережі.

### КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Загальний вигляд матриці головних перетинів  $\bar{F}_1$  графа електромережі є наступним:

$$\bar{F}_1 = \begin{matrix} & & \text{хорди} \\ \begin{matrix} \text{ребра} \\ U_y \\ U \\ C_p \\ R_p \\ L_p \end{matrix} & \begin{matrix} C_x \\ R_x \\ L_x \\ I \\ I_y \end{matrix} & \begin{matrix} \bar{F}_2 & \bar{F}_3 & \bar{F}_4 & \bar{F}_5 & \bar{F}_6 \\ \bar{F}_7 & \bar{F}_8 & \bar{F}_9 & \bar{F}_{10} & \bar{F}_{11} \\ \bar{F}_{12} & \bar{F}_{13} & \bar{F}_{14} & \bar{F}_{15} & \bar{F}_{16} \\ \bar{F}_{17} & \bar{F}_{18} & \bar{F}_{19} & \bar{F}_{20} & \bar{F}_{21} \\ \bar{F}_{22} & \bar{F}_{23} & \bar{F}_{24} & \bar{F}_{25} & \bar{F}_{26} \end{matrix} \end{matrix} \quad (9.1)$$

Рівняння струмів та напруг резистивних елементів, складені відповідно до матриці головних перетинів (9.1), мають вигляд:

$$\begin{cases} \bar{I}_{R_p} = -\bar{F}_{18} \cdot \bar{I}_{R_x} - \bar{F}_{19} \cdot \bar{I}_{L_x} - \bar{F}_{20} \cdot \bar{I} - \bar{F}_{21} \cdot \bar{I}_y; \\ \bar{U}_{R_x} = \bar{F}_3^T \cdot \bar{U}_y + \bar{F}_8^T \cdot \bar{U} + \bar{F}_{13}^T \cdot \bar{U}_{C_p} + \bar{F}_{18}^T \cdot \bar{U}_{R_p}. \end{cases} \quad (9.2)$$

Згідно закону Ома вектори напруг на резистивних ребрах  $\bar{U}_{R_p}$  та хордах  $\bar{U}_{R_x}$  зв'язані з відповідними векторами струмів діагональними матрицями опорів резистивних ребер  $\bar{R}_p$  та хорд  $\bar{R}_x$ :

$$\bar{U}_{R_x} = \bar{R}_x \cdot \bar{I}_{R_x}; \quad \bar{U}_{R_p} = \bar{R}_p \cdot \bar{I}_{R_p}. \quad (9.3)$$

До матриць  $\bar{R}_p$ ,  $\bar{R}_x$  заносять опори резистивних елементів схеми заміщення мережі, величини яких можуть бути сталими (наприклад, активний опір жили кабелю при нехтуванні його залежністю від температури) або змінюватися в функції визначених параметрів. Зокрема, для комутаційних апаратів при комутаціях допускається дискретно змінювати величини активних опорів фаз при незмінній схемі заміщення (ввімкненому стану відповідає перехідний опір  $R_{on}=1$  мОм замкнених контактів, відключеному – опір ізоляції

між  $R_{off} = 1$  МОм розведеними контактами). Напівпровідникові елементи на схемах заміщення подаються активними опорами, величини яких змінюються залежно від стану елемента (відкритий або закритий).

Враховуючи в системі (9.2) залежності (9.3), маємо:

$$\begin{cases} \bar{1} \cdot \bar{I}_{R_p} + \bar{F}_{18} \cdot \bar{I}_{R_x} = \bar{0} \cdot \bar{U}_{C_p} - \bar{F}_{19} \cdot \bar{I}_{L_x} + \\ + \bar{0} \cdot \bar{U} - \bar{F}_{20} \cdot \bar{I} + \bar{0} \cdot \bar{U}_y - \bar{F}_{21} \cdot \bar{I}_y; \\ \bar{B}_8 \cdot \bar{I}_{R_p} + \bar{R}_x \cdot \bar{I}_{R_x} = \bar{F}_{13}^T \cdot \bar{U}_{C_p} + \bar{0} \cdot \bar{I}_{L_x} + \\ + \bar{F}_8^T \cdot \bar{U} + \bar{0} \cdot \bar{I} + \bar{F}_3^T \cdot \bar{U}_y + \bar{0} \cdot \bar{I}_y, \end{cases} \quad (9.4)$$

де  $\bar{B}_8 = -\bar{F}_{18}^T \cdot \bar{R}_p$ .

Позначимо наступні матриці:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{11} &= \begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{F}_{18} \\ \bar{B}_8 & \bar{R}_x \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{19} \\ \bar{F}_{13}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \\ \bar{B}_{12} &= \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{20} \\ \bar{F}_8^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{13} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{21} \\ \bar{F}_3^T & \bar{0} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (9.5)$$

тоді система (9.4) може бути подана у вигляді:

$$\bar{I}_{рез} = \bar{B}_1 \cdot \bar{X} + \bar{B}_2 \cdot \bar{X}_{ни} + \bar{B}_3 \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (9.6)$$

де  $\bar{B}_1 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \bar{B}_{11}$ ,  $\bar{B}_2 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \bar{B}_{12}$ ;  $\bar{B}_3 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \bar{B}_{13}$ ;  $\bar{X} = [\bar{U}_{C_p} \quad \bar{I}_{L_x}]^T$  - вектор змінних стану  $RLC$  - кола;  $\bar{X}_{ни} = [\bar{U} \quad \bar{I}]^T$  - вектор незалежних джерел живлення;  $\bar{X}_{yu} = [\bar{U}_y \quad \bar{I}_y]^T$  - вектор керованих джерел живлення;  $\bar{I}_{рез} = [\bar{I}_{R_p} \quad \bar{I}_{R_x}]^T$  - вектор струмів резистивних елементів.

Рівняння стану реактивних елементів системи мають вигляд:

$$\begin{cases} \bar{U}_{L_x} = \bar{F}_4^T \cdot \bar{U}_y + \bar{F}_9^T \cdot \bar{U} + \bar{F}_{14}^T \cdot \bar{U}_{C_p} + \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{U}_{R_p} + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{U}_{L_p}; \\ \bar{I}_{C_p} = -\bar{F}_{12} \cdot \bar{I}_{C_x} - \bar{F}_{13} \cdot \bar{I}_{R_x} - \bar{F}_{14} \cdot \bar{I}_{L_x} - \bar{F}_{15} \cdot \bar{I} - \bar{F}_{16} \cdot \bar{I}_y, \end{cases} \quad (9.7)$$

$$\begin{aligned} \text{де } \bar{U}_{L_x} &= \bar{L}_x \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x}; & \bar{U}_{L_p} &= \bar{L}_p \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_p} = \bar{L}_p \frac{d}{dt} (-\bar{F}_{24} \cdot \bar{I}_{L_x}); \\ \bar{I}_{C_p} &= \bar{C}_p \frac{d}{dt} \bar{U}_{C_p}; & \bar{I}_{C_x} &= \bar{C}_x \frac{d}{dt} \bar{U}_{C_x} = \bar{C}_x \frac{d}{dt} (\bar{F}_{12}^T \cdot \bar{U}_{C_p}), \end{aligned} \quad (9.8)$$

причому  $\bar{L}_p$ ,  $\bar{L}_x$  - матриці індуктивностей ребер та хорд відповідно;  $\bar{C}_p$ ,  $\bar{C}_x$  - матриці ємностей ребер та хорд.

Для математичного опису взаємоіндуктивного зв'язку електричних кіл, що має місце в силових трансформаторах, значення взаємних індуктивностей обмоток вносяться до матриць індуктивностей ребер ( $\bar{L}_p$ ) та хорд ( $\bar{L}_x$ ) схеми заміщення мережі, причому обидві індуктивно зв'язані вітки схеми заміщення

мають відноситися до дерева (бути ребрами) графа, або до доповнення дерева (бути хордами).

Враховуючи у системі (9.7) вирази (9.8), маємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{B}_7 \frac{d}{dt} \bar{U}_{C_p} + \bar{0} \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x} = \bar{0} \cdot \bar{I}_{R_p} - \bar{F}_{13} \cdot \bar{I}_{R_x} + \bar{0} \cdot U_{C_p} - \bar{F}_{14} \cdot \bar{I}_{L_x} \\ \quad + \bar{0} \cdot \bar{U} - \bar{F}_{15} \cdot \bar{I} + \bar{0} \cdot \bar{U}_y - \bar{F}_{16} \cdot \bar{I}_y; \\ \bar{0} \frac{d}{dt} \bar{U}_{C_p} + \bar{B}_6 \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x} = \bar{B}_{33} \cdot \bar{I}_{R_p} + \bar{0} \cdot \bar{I}_{R_x} + \bar{F}_{14}^T \cdot U_{C_p} + \bar{0} \cdot \bar{I}_{L_x} \\ \quad + \bar{F}_9^T \cdot \bar{U} + \bar{0} \cdot \bar{I} + \bar{F}_4^T \cdot \bar{U}_y + \bar{0} \cdot \bar{I}_y, \end{array} \right. \quad (9.9)$$

де  $\bar{B}_6 = \bar{L}_x + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{L}_p \cdot \bar{F}_{24}$ ,  $\bar{B}_7 = \bar{C}_p + \bar{F}_{12} \cdot \bar{C}_x \cdot \bar{F}_{12}^T$ ,  $\bar{B}_{33} = \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p$ .

Останню систему рівнянь подамо у матричній формі:

$$\bar{A}_{22} \frac{d}{dt} \bar{X} = \bar{A}_{21} \cdot \bar{I}_{pez} + \bar{B}_{21} \cdot \bar{X} + \bar{B}_{22} \cdot \bar{X}_{ни} + \bar{B}_{23} \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (9.10)$$

де позначено:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{22} &= \begin{bmatrix} \bar{B}_7 & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{B}_6 \end{bmatrix}; & \bar{A}_{21} &= \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{13} \\ \bar{B}_{33} & \bar{0} \end{bmatrix}; & \bar{B}_{21} &= \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{14} \\ \bar{F}_{14}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \\ \bar{B}_{22} &= \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{15} \\ \bar{F}_9^T & \bar{0} \end{bmatrix}; & \bar{B}_{23} &= \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{16} \\ \bar{F}_4^T & \bar{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9.11)$$

Підставивши у рівняння (9.10) значення  $\bar{I}_{pez}$  з (9.6) та позначивши:

$$\bar{A}_{51} = \bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_1; \quad \bar{A}_{52} = \bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_2; \quad \bar{A}_{53} = \bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_3, \quad (9.12)$$

маємо:

$$\bar{A}_{22} \frac{d}{dt} \bar{X} = (\bar{A}_{51} + \bar{B}_{21}) \cdot \bar{X} + (\bar{A}_{52} + \bar{B}_{22}) \cdot \bar{X}_{ни} + (\bar{A}_{53} + \bar{B}_{23}) \cdot \bar{X}_{yu}. \quad (9.13)$$

Якщо позначити:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{54} &= \bar{A}_{51} + \bar{B}_{21}; & \bar{A}_{55} &= \bar{A}_{52} + \bar{B}_{22}; & \bar{A}_{56} &= \bar{A}_{53} + \bar{B}_{23}; \\ \bar{A}_1 &= \bar{A}_{22}^{-1} \cdot \bar{A}_{54}; & \bar{A}_2 &= \bar{A}_{22}^{-1} \cdot \bar{A}_{55}; & \bar{A}_3 &= \bar{A}_{22}^{-1} \cdot \bar{A}_{56}, \end{aligned} \quad (9.14)$$

то рівняння (9.13) запишеться у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{ни} + \bar{A}_3 \cdot \bar{X}_{yu}. \quad (9.15)$$

Останнє рівняння (9.15) являє собою диференціальне рівняння стану *RLC*-системи. Розміри матричних коефіцієнтів  $\bar{A}_1$ – $\bar{A}_3$  та розміри проміжних матриць залежать від кількості ребер та хорд дерева графа (табл. 9.1).

Таблиця 9.1

Розміри матричних коефіцієнтів диференційне рівняння стану  $RLC$ -системи та розміри проміжних матриць

№	Позначення матриці	Кількість рядків	Кількість стовпчиків	№	Позначення матриці	Кількість рядків	Кількість стовпчиків
1	$\bar{R}_p$	$N_{R_p}$	$N_{R_p}$	9	$\bar{B}_2$	$N_{R_p} + N_{R_x}$	$N_U + N_I$
2	$\bar{R}_x$	$N_{R_x}$	$N_{R_x}$	10	$\bar{B}_3$	$N_{R_p} + N_{R_x}$	$N_{U_y} + N_{I_y}$
3	$\bar{L}_p$	$N_{L_p}$	$N_{L_p}$	11	$\bar{A}_{21}$	$N_{C_p} + N_{L_x}$	$N_{R_p} + N_{R_x}$
4	$\bar{L}_x$	$N_{L_x}$	$N_{L_x}$	12	$\bar{A}_{22}$	$N_{C_p} + N_{L_x}$	$N_{C_p} + N_{L_x}$
5	$\bar{C}_p$	$N_{C_p}$	$N_{C_p}$	13	$\bar{A}_1$	$N_{C_p} + N_{L_x}$	$N_{C_p} + N_{L_x}$
6	$\bar{C}_x$	$N_{C_x}$	$N_{C_x}$	14	$\bar{A}_2$	$N_{C_p} + N_{L_x}$	$N_U + N_I$
7	$\bar{A}_{11}$	$N_{R_p} + N_{R_x}$	$N_{R_p} + N_{R_x}$	15	$\bar{A}_3$	$N_{C_p} + N_{L_x}$	$N_{U_y} + N_{I_y}$
8	$\bar{B}_1$	$N_{R_p} + N_{R_x}$	$N_{C_p} + N_{L_x}$				

Таким чином, із застосуванням метода змінних стану отримано матричне диференційне рівняння стану  $RLC$ -системи у формі Коши відносно вектора напруг на ємнісних ребрах та струмів індуктивних хорд графа схеми заміщення електромережі довільної топології.

### ЗАВДАННЯ

Для електромережі, що розглядається в лабораторних роботах №7 та №8, дослідити перехідні процеси при неодноразовому відключенні полюсів автоматичного вимикача.

### ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Отримати аналітичні вирази для обчислення матричних коефіцієнтів рівняння стану. Для цього можна скористатися розглянутою вище методикою.

Для електромережі, що розглядається в якості прикладу (лабораторні роботи №7 та №8), матриця  $\bar{F}_1$  включає підматриці  $\bar{F}_9$ ,  $\bar{F}_{19}$  та  $\bar{F}_{24}$ :

$$\bar{F}_1 = \begin{matrix} & \text{хорди} \\ \begin{matrix} \text{ребра} \\ U \\ R_p \\ L_p \end{matrix} & \begin{matrix} L_x \\ \bar{F}_9 \\ \bar{F}_{19} \\ \bar{F}_{24} \end{matrix} \end{matrix} \quad (9.16)$$

Чисельно матриця головних перетинів дорівнює:

МАТРИЦЯ ГОЛОВНИХ ПЕРЕТИНІВ F1 =			х о р д и		
			23	24	
			Ltra	Ltrb	
р	1	ua	-1	0	$\bar{F}_9$
е	2	ub	0	-1	
б	3	uc	1	1	
р	4	Rtra	-1	0	$\bar{F}_{19}$
а	5	RQFa	-1	0	
	6	Rka	-1	0	
	7	Ra	-1	0	
	8	Rtrb	0	-1	
	9	RQFb	0	-1	
	10	Rkb	0	-1	
	11	Rb	0	-1	
	12	Rtrc	1	1	
	13	RQFc	1	1	
	14	Rkc	1	1	
	15	Rc	1	1	
	16	Lka	-1	0	$\bar{F}_{24}$
	17	La	-1	0	
	18	Lkb	0	-1	
	19	Lb	0	-1	
	20	Ltrc	1	1	
	21	Lkc	1	1	
	22	Lc	1	1	

Вектор незалежних джерел напруги має наступний формат:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}. \quad (9.17)$$

Матриця опорів резистивних ребер дорівнює:

$$\bar{R}_p = \text{diag}\{R_{tra} \ R_{QFa} \ R_{ka} \ R_a \ R_{trb} \ R_{QFb} \ R_{kb} \ R_b \ R_{trc} \ R_{QFc} \ R_{kc} \ R_c\}. \quad (9.18)$$

Матриця індуктивних ребер становить:

$$\bar{L}_p = \text{diag}\{L_{ka} \ L_a \ L_{kb} \ L_b \ L_{trc} \ L_{kc} \ L_c\}. \quad (9.19)$$

Матриця індуктивних хорд:

$$\bar{L}_x = \text{diag}\{L_{tra} \ L_{trb}\}. \quad (9.20)$$

Вектор змінних стану (вектор струмів індуктивних хорд) дорівнює:

$$\bar{I}_{L_x} = \begin{bmatrix} i_{L_{tra}} \\ i_{L_{trb}} \end{bmatrix}. \quad (9.21)$$

Вектор  $\bar{I}_{R_p}$  струмів резистивних ребер, згідно з матрицею головних перетинів та системою (9.2), дорівнює:

$$\bar{I}_{R_p} = -\bar{F}_{19} \cdot \bar{I}_{L_x}. \quad (9.22)$$

Рівняння стану реактивних елементів системи, відповідно до (9.7), становить:

$$\bar{U}_{L_x} = \bar{F}_9^T \cdot \bar{U} + \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{U}_{R_p} + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{U}_{L_p}. \quad (9.23)$$

Враховуючи в останньому рівнянні залежності (9.3) для визначення  $\bar{U}_{R_p}$  та (9.8) для визначення  $\bar{U}_{L_x}$  та  $\bar{U}_{L_p}$ , отримаємо:

$$\bar{L}_x \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x} = \bar{F}_9^T \cdot \bar{U} + \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p \cdot \bar{I}_{R_p} - \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{L}_p \cdot \bar{F}_{24} \cdot \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x}. \quad (9.24)$$

Врахувавши в останньому виразі залежність (9.22) та позначивши  $\bar{B}_6 = \bar{L}_x + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{L}_p \cdot \bar{F}_{24}$ , маємо:

$$\bar{B}_6 \cdot \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x} = \bar{F}_9^T \cdot \bar{U} - \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p \cdot \bar{F}_{19} \cdot \bar{I}_{L_x}, \quad (9.25)$$

звідки:

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x} = -\bar{B}_6^{-1} \cdot \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p \cdot \bar{F}_{19} \cdot \bar{I}_{L_x} + \bar{B}_6^{-1} \cdot \bar{F}_9^T \cdot \bar{U}. \quad (9.26)$$

Позначимо матричні коефіцієнти:

$$\bar{A} = -\bar{B}_6^{-1} \cdot \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p \cdot \bar{F}_{19}; \quad \bar{B} = \bar{B}_6^{-1} \cdot \bar{F}_9^T, \quad (9.27)$$

тоді матричне диференціальне рівняння стану електромережі заданої конфігурації можна подати у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x} = \bar{A} \cdot \bar{I}_{L_x} + \bar{B} \cdot \bar{U}. \quad (9.28)$$

2. Розробити Mathcad-документ, в якому передбачити:

- задавання вихідних даних: часові параметри моделювання, параметри елементів мережі, часові параметри комутації полюсів автоматичного вимикача;
- формування вектора фазних ЕРС вторинної обмотки трансформатора (9.17) та матриць значень параметрів ребер та хорд (9.18)-(9.20);
- введення підматриць матриці головних перетинів, що отримані в ході виконання лабораторної роботи №8;
- обчислення матричних коефіцієнтів диференційного рівняння стану згідно з (9.27);
- введення вектору початкових значень змінних стану;
- введення матричного диференційного рівняння стану (9.28);
- чисельне розв'язання матричного диференційного рівняння при заданих умовах одним з жорстко-стійких методів та отримання векторів значень змінних стану;



- обчислення миттєвих значень струмів (напруг) елементів схеми, які дозволяють проаналізувати перехідний процес, що досліджується;
- побудову необхідних графіків для ілюстрації досліджуваного перехідного процесу.

Зразок виконання Mathcad-документа додається до даних методичних вказівок.

## **ВМІСТ ЗВІТУ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ**

1. Тема, мета роботи.
2. Аналітичні вирази для обчислення матричних коефіцієнтів рівняння стану електромережі.
3. Mathcad-документ, що забезпечує формування матричних коефіцієнтів та чисельного розв'язання диференційного рівняння стану електромережі.
4. Отримані графіки.
5. Висновки з аналізом отриманих результатів.

## **КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ**

1. В чому полягає метод змінних стану для аналізу електричних кіл?
2. Яким чином відповідно до матриці головних перетинів формуються рівняння струмів та напруг резистивних елементів?
3. Поясніть формування рівняння (9.6) струмів резистивних елементів.
4. Яким чином відповідно до матриці головних перетинів формуються диференційні рівняння стану реактивних елементів?
5. Яким чином в матрицях індуктивностей може бути враховано наявність взаємодуктивності?
6. Яким чином сформовано диференційне рівняння (9.15) стану RLC-системи?

## Лабораторна робота №10

### Формування коефіцієнтів та чисельне розв'язання матричного диференційного рівняння стану електромережі

#### Вихідні дані:

Часові параметри моделювання:

$tst := 0$  початок інтервалу моделювання

$tend := 0.25$  кінець інтервалу моделювання

$\Delta t := 0.0005$  крок моделювання

$$N := \text{floor} \left( \frac{tend - tst}{\Delta t} \right) = 500$$

кількість кроків моделювання

$tQFa := 0.2$   $tQFb := 0.22$   $tQFc := 0.19$  моменти відключення полюсів вимикача

Фазні ЕРС вторинної обмотки трансформатора:

$$Um := 380 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \quad \omega := 314 \quad ua(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$ub(t) := Um \cdot \sin\left(\omega \cdot t - 2 \frac{\pi}{3}\right) \quad uc(t) := Um \cdot \sin\left(\omega \cdot t + 2 \frac{\pi}{3}\right)$$

Параметри вторинної обмотки трансформатора:

$Rtra := 0.01$   $Rtrb := 0.012$   $Rtrc := 0.009$

$Ltra := 0.001$   $Ltrb := 0.0011$   $Ltrc := 0.0013$

Параметри автоматичного вимикача:

$RQFon := 0.01$  опір у ввімкненому стані

$RQFoff := 1 \cdot 10^6$  опір у розімкненому стані

$RQFa(t) := \begin{cases} RQFon & \text{if } t < tQFa \\ RQFoff & \text{else} \end{cases}$  залежність опору полюса фази А вимикача від часу: до моменту  $tQFa$  полюс буде ввімкнений, а після - відключений

$RQFb(t) := \begin{cases} RQFon & \text{if } t < tQFb \\ RQFoff & \text{else} \end{cases}$

$RQFc(t) := \begin{cases} RQFon & \text{if } t < tQFc \\ RQFoff & \text{else} \end{cases}$

аналогічно для полюсів фаз В і С

Параметри кабеля:

$Rka := 0.03$   $Rkb := 0.033$   $Rkc := 0.029$

$Lka := 0.0019$   $Lkb := 0.002$   $Lkc := 0.0025$

Параметри навантаження:

$Ra := 20$   $Rb := 20.5$   $Rc := 30$

$La := 0.1$   $Lb := 0.15$   $Lc := 0.12$

Вектор незалежних джерел напруги:

$$U(t) := \begin{bmatrix} ua(t) \\ ub(t) \\ uc(t) \end{bmatrix}$$

Вектор опорів резистивних ребер:

$$Rp1(t) := [Rtra \ RQFa(t) \ Rka \ Ra \ Rtrb \ RQFb(t) \ Rkb \ Rb \ Rtrc \ RQFc(t) \ Rkc \ Rc]$$

Матриця опорів резистивних ребер:

$$Rp(t) := \text{diag}(Rp1(t)^T)$$

Матриця індуктивних ребер:

$$Lp := \text{diag}([Lka \ La \ Lkb \ Lb \ Ltrc \ Lkc \ Lc]^T)$$

Матриця індуктивних хорд:

$$Lx := \begin{bmatrix} Ltra & 0 \\ 0 & Ltrb \end{bmatrix}$$

Підматриці матриці головних перетинів:

$$F9 := \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad F19 := \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F24 := \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Обчислення матричних коефіцієнтів диференційного рівняння стану:

$$B6 := Lx + F24^T \cdot Lp \cdot F24$$

$$B6inv := B6^{-1}$$

$$A(t) := -B6inv \cdot F19^T \cdot Rp(t) \cdot F19$$

$$B := B6inv \cdot F9^T$$

Вектор початкових значень змінних стану:

$$ILx0 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Матричне диференціальне рівняння стану:

$$D(t, ILx) := A(t) \cdot ILx + B \cdot U(t)$$

Розв'язання матричного диференціального рівняння стану методом диференціювання назад:

$$S := \text{BDF}(ILx0, tst, tend, N, D)$$

$$t := S^{(0)} \quad \text{- вектор відліків часу}$$

Вектор струмів індуктивних хорд

$$ILx := \text{submatrix}(S, 0, N, 1, 2)$$

Вектор струмів резистивних ребер:

$$IRp := (-F19 \cdot ILx^T)^T$$

Струми вторинної обмотки трансформатора:

$$iRtra := IRp^{(0)} \quad iRtrb := IRp^{(4)} \quad iRtrc := IRp^{(8)}$$

Вектор напруг резистивних ребер:

$$i := 0 \dots N$$

$$URp^i := (Rp(t_i) \cdot (IRp^T)^{(i)})^T$$

Напруги на навантаженні:

$$uRa := URp^{(3)} \quad uRb := URp^{(7)} \quad uRc := URp^{(11)}$$

Напруги на полюсах вимикача:

$$uRQFa := URp^{(1)} \quad uRQFb := URp^{(5)} \quad uRQFc := URp^{(9)}$$

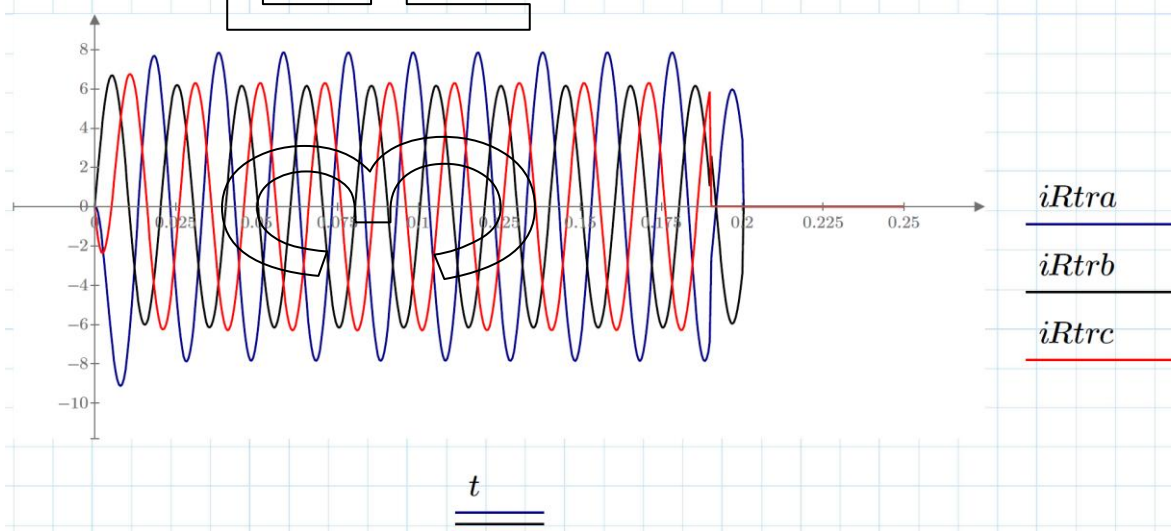


Рисунок 1 - Графіки миттєвих значень струмів вторинної обмотки трансформатора



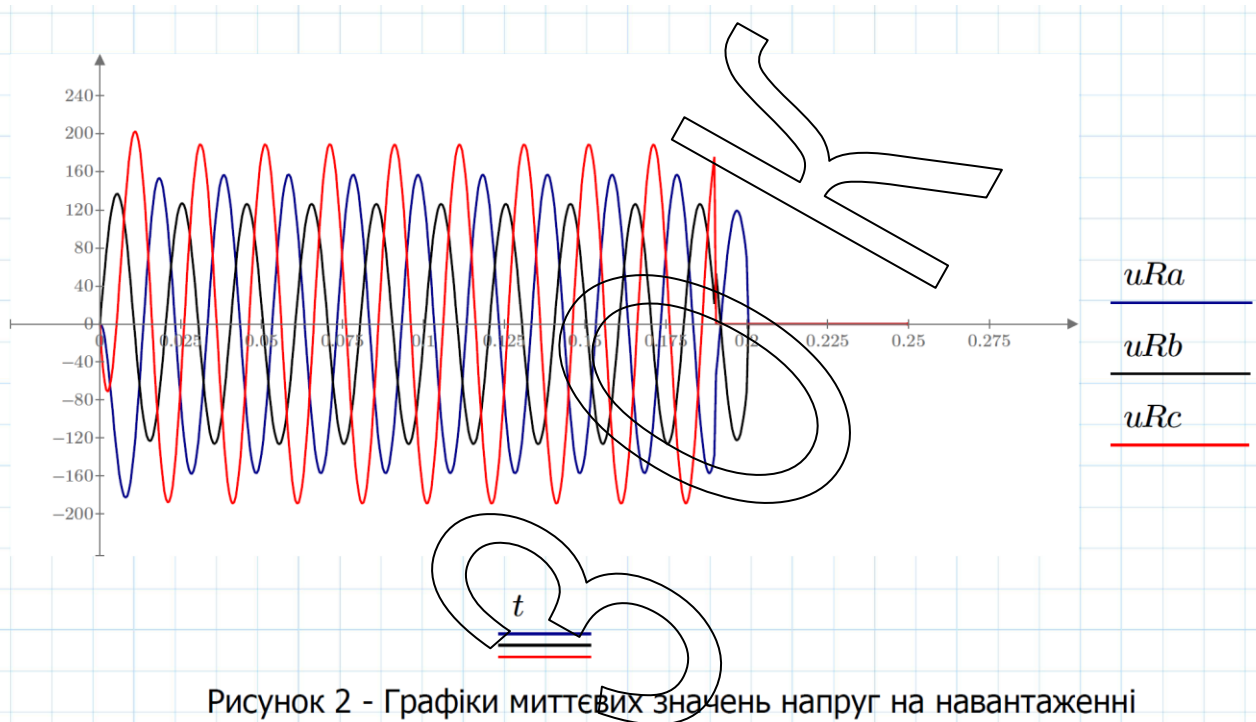


Рисунок 2 - Графіки миттєвих значень напруг на навантаженні

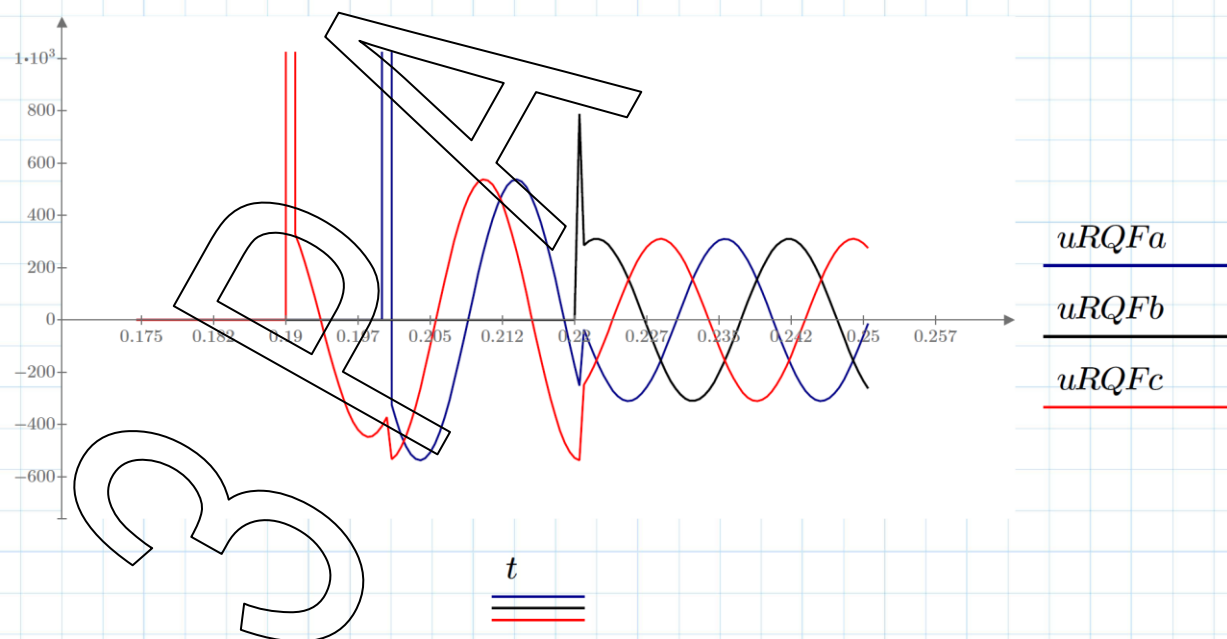


Рисунок 3 - Графіки миттєвих значень напруг на контактах автоматичного вимикача

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 10

### Статистичне оброблення результатів експериментальних досліджень

Мета: оволодіння навичками машинної обробки результатів паралельних експериментів, зокрема: статистичної обробки результатів паралельних експериментів, визначення ступеня щільності зв'язку між досліджуваними змінними, розрахунку параметрів лінії регресії за методом найменших квадратів, побудова довірчих інтервалів для лінії регресії.

### КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Припустимо, що під час експерименту розглядався вплив на об'єкт фактору  $x$ , який фіксувався на  $k$  рівномірно розподілених рівнях. Кількість паралельних спостережень для всіх рівнів факторів була однаковою і складала  $m$ . Загальна кількість зареєстрованих відгуків системи становила  $n = k \cdot m$ . Точки, отримані в результаті моделювання, позначимо  $(x_i^\circ, y_{ij})$ , де  $x_i^\circ$  –  $i$ -й рівень фактора  $x$ ,  $i = \overline{1, k}$ ;  $y_{ij}$  – відгук об'єкта у  $j$ -му паралельному спостереженні при  $x_i^\circ$  рівні фактора  $x$ ,  $j = \overline{1, m}$ . За критерієм згоди Колмогорова–Смирнова отримані вибірки перевіряються на нормальність розподілення. Якщо немає підстав відкидати гіпотезу про нормальне розподілення даних кожної вибірки за рівня значущості  $\alpha$ , перевіряється гіпотеза про однорідність вибірових дисперсій за критерієм Кохрена.

Вибіркове середнє відгуку для  $i$ -го рівня фактору  $x_i^\circ$ :

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{ij}. \quad (10.1)$$

Вибіркова дисперсія залежної величини для  $i$ -го значення аргументу:

$$s_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_i)^2. \quad (10.2)$$

Значення критерію Кохрена за вибіровими дисперсіями:

$$G = \frac{s_{\max}^2}{\sum_{i=1}^k s_i^2}. \quad (10.3)$$

порівнюється із критичним  $G_{кр}(\alpha; m-1; k)$ , яке для рівня значущості  $\alpha = 0,05$ ;  $m-1=100-1=99$  ступенів свободи та  $k=10$  вибірок становить:

$$G_{кр}(0,05; 99; 10) = 0,1453. \quad (10.4)$$

Виконання нерівності  $G < G_{кр}$  свідчить про відсутність підстав відкидати гіпотезу про однорідність вибірових дисперсій при заданому рівні значущості  $\alpha$  та дозволяє переходити до визначення щільності зв'язку між

досліджуваними змінними. Оцінка генеральної дисперсії обчислюється наступним чином:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i^2. \quad (10.5)$$

При виконанні співвідношення  $G > G_{кр}$  гіпотеза про однорідність вибірових дисперсій відкидається за прийнятого рівня значущості  $\alpha$ , приймається альтернативна гіпотеза про їх неоднорідність. Висувається гіпотеза про пропорційність умовних дисперсій залежної змінної  $D(y/x)$  деякій функції  $h^2(x)$ :

$$D(y/x) = \sigma^2 h^2(x). \quad (10.6)$$

Зворотна до  $h^2(x)$  функція дозволяє обраховувати значення статистичних вагів  $\omega(x)$ :

$$\omega(x) = \frac{1}{h^2(x)}. \quad (10.7)$$

Нормовані статистичні ваги для  $i$ -го значення аргументу оцінюються за залежністю:

$$\omega_i = \frac{1}{s_i^2 \sum_{j=1}^k \frac{1}{s_j^2}}, \quad (10.8)$$

причому має виконуватися співвідношення:

$$\sum_{i=1}^k \omega_i = 1. \quad (10.9)$$

За обчисленими  $\omega_i$  визначаються оцінки функції  $h^2(x)$ :

$$h^2(x_i^\circ) = \frac{1}{\omega_i}. \quad (10.10)$$

Вид лінії регресії  $\hat{h}^2(x)$  обирається з-поміж поліномів першого ( $\hat{h}^2(x) = a_0 + a_1 x$ ) та другого ( $\hat{h}^2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ ) ступеня за методом найменших квадратів. Оцінка точності підбору лінії регресії  $\hat{h}^2(x)$  проводиться за вибірковою дисперсією:

$$d = \frac{1}{k-p-1} \sum_{i=1}^k [\hat{h}^2(x_i^\circ) - h^2(x_i^\circ)]^2, \quad (10.11)$$

де  $p$  – ступінь полінома  $\hat{h}^2(x)$ .

Гіпотеза про вид функції  $h^2(x)$  не суперечить результатам моделювання, якщо застосування критерію однорідності до нормованих дисперсій

$$s_i'^2 = \frac{s_i^2}{\hat{h}^2(x_i^\circ)} \quad (10.12)$$

при прийнятому рівні значущості не дасть підстав для відкидання гіпотези:

$$\frac{D(y/x_1^\circ)}{\hat{h}^2(x_1^\circ)} = \frac{D(y/x_2^\circ)}{\hat{h}^2(x_2^\circ)} = \dots = \frac{D(y/x_k^\circ)}{\hat{h}^2(x_k^\circ)}. \quad (10.13)$$

Перевірка однорідності нормованих дисперсій здійснюється за критерієм Кохрена:

$$G' = \frac{s_{\max}'^2}{\sum_{i=1}^k s_i'^2}. \quad (10.14)$$

Якщо за прийнятого рівня значущості відсутні підстави для відкидання гіпотези про однорідність нормованих вибірових дисперсій (виконується  $G' < G_{кр}$ ), умовні дисперсії можна вважати пропорційними функції  $\hat{h}^2(x)$ .

З урахуванням значень кривої регресії  $\hat{h}^2(x)$  в точках  $x_i^\circ$  уточнюються нормовані статистичні ваги:

$$\hat{\omega}_i = \frac{1}{\hat{h}^2(x_i^\circ)}. \quad (10.15)$$

В якості оцінки  $\sigma^2$  (10.6) припускається використовувати сукупну оцінку цього параметра, що, при вибірках однакового об'єму, складає:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i s_i^2. \quad (10.16)$$

Визначимо ступінь щільності зв'язку між досліджуваними змінними. Якщо гіпотеза про однорідність вибірових дисперсій залежної змінної не була відкинута та за однакового числа спостережень  $m$  при кожному значенні фактора, вибірове значення коефіцієнта лінійної кореляції обчислюється за залежністю:

$$\hat{r} = \frac{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i^\circ \bar{y}_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{s_x \cdot s_y}, \quad (10.17)$$

де середнє значень фактора:

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i^\circ; \quad (10.18)$$

загальне середнє результатів спостережень:

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{y}_i; \quad (10.19)$$

середнє квадратичне відхилення значень фактора від середнього:



$$s_x = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_i^\circ - \bar{x})^2} ; \quad (10.20)$$

середнє квадратичне відхилення індивідуальних результатів спостережень від загального середнього  $\bar{y}$ :

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y})^2} . \quad (10.21)$$

У випадку пропорційності умовних дисперсії залежної змінної деякій функції від  $x$  вибіркове значення коефіцієнта лінійної кореляції обчислюється наступним чином:

$$\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i x_i^\circ \bar{y}_i - \bar{x} \bar{y}}{s_x s_y} , \quad (10.22)$$

де

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i x_i^\circ ; \quad (10.23)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i \bar{y}_i ; \quad (10.24)$$

$$s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i (x_i^\circ - \bar{x})^2} ; \quad (10.25)$$

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y})^2} . \quad (10.26)$$

Для оцінки значущості обрахованої величини вибіркового коефіцієнта лінійної кореляції використовується нерівність:

$$|\hat{r}| \sqrt{\frac{n-2}{1-\hat{r}^2}} < t_\alpha(n-2) , \quad (10.27)$$

де  $t_\alpha(n-2)$  – точка розподілення Ст'юдента для рівня значущості  $\alpha$  та з  $n-2$  ступенями свободи, для рівня значущості  $\alpha=0,05$  та  $n-2=998$  ступенів свободи її значення становить:

$$t_{0,05}(998) = 1,645 . \quad (10.28)$$

В разі виконання умови (10.27) приймається гіпотеза про відсутність кореляційного зв'язку. Виконання зворотної нерівності підтверджує статистичну значимість кореляційного зв'язку, що досліджується.

Вибіркове значення кореляційного відношення, інтерпретація якого не залежить від виду досліджуваної регресійної залежності, обчислюється наступним чином:

$$\hat{\rho}_{y/x} = \frac{s_{\bar{y}(x)}}{s_y}, \quad (10.29)$$

де  $s_{\bar{y}(x)}$  характеризує розсіювання окремих середніх  $\bar{y}_i$  навколо свого загального середнього  $\bar{y}$ , якщо гіпотеза про однорідність вибірових дисперсій залежної змінної не була відкинута, визначається за залежністю:

$$s_{\bar{y}(x)} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{y})^2}, \quad (10.30)$$

а при пропорційності умовних дисперсії залежної змінної деякій функції від  $x$  обчислюється за залежністю:

$$s_{\bar{y}(x)} = \sqrt{m \sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2}. \quad (10.31)$$

Для оцінки значимості кореляційного відношення  $\hat{\rho}_{y/x}$  використовується співвідношення:

$$\frac{\hat{\rho} \sqrt{n-2}}{1 - \hat{\rho}^2} < t_{0,05}(n-2), \quad (10.32)$$

в разі виконання якого робиться висновок про відсутність кореляційного зв'язку між  $y$  та  $x$ . Виконання зворотної нерівності підтверджує статистичну значимість кореляційного зв'язку, що досліджується.

При визначенні характеру залежності між досліджуваними змінними можливі наступні варіанти:

- якщо  $\hat{r}$  є значущим, а  $\hat{\rho}_{y/x}$  – незначущим, то необхідно провести додатковий аналіз розподілення;
- якщо  $\hat{r}$  є незначущим, а  $\hat{\rho}_{y/x}$  – значущим, то зв'язок нелінійний;
- якщо  $\hat{r}$  та  $\hat{\rho}_{y/x}$  є незначущим, то зв'язок відсутній;
- якщо  $\hat{r}$  та  $\hat{\rho}_{y/x}$  є значимими, то гіпотезу про лінійний вид залежності перевіряють за допомогою критерію  $W^2$ :

$$W^2 = \frac{(n-k)(\hat{\rho}_{y/x}^2 - \hat{r}^2)}{(k-2)(1 - \hat{\rho}_{y/x}^2)}. \quad (10.33)$$

Вважати гіпотезу про лінійний вид регресії статистично необґрунтованою за рівня значущості  $\alpha$  дозволяє виконання нерівності:

$$W^2 > F(\alpha; k-2; n-k), \quad (10.34)$$

де  $F(\alpha; k-2; n-k)$  – критична точка розподілення Фішера–Снедекора з числами ступенів свободи  $\nu_1 = k-2$  та  $\nu_2 = n-k$ . Для рівня значущості  $\alpha = 0,05$  та ступенів свободи  $\nu_1 = 8$ ,  $\nu_2 = 990$  критична точка дорівнює:

$$F(0,05; 8; 990) = 1,95. \quad (10.35)$$

В разі виконання зворотної умови обирається лінійна залежність як найбільш проста.

Розрахуємо параметри лінії регресії за методом найменших квадратів. Якщо гіпотеза про лінійний вид шуканої залежності не була відкинута, загальний вигляд регресійної прямої є наступним:

$$\hat{Y}(x) = \hat{a} + \hat{b} \cdot (x - \bar{x}), \quad (10.36)$$

де оцінки параметрів  $\hat{a}$  та  $\hat{b}$  становлять:

$$\hat{a} = \bar{y}; \quad \hat{b} = \hat{r} \frac{s_y}{s_x}, \quad (10.37)$$

причому параметри  $\hat{r}$ ,  $\bar{y}$ ,  $s_x$ ,  $s_y$  визначаються за залежностями (10.17), (10.19) – (10.21) відповідно, якщо гіпотеза про однорідність вибірових дисперсій залежної змінної не була відкинута, або за залежностями (10.22), (10.24) – (10.26), якщо умовні дисперсії залежної змінної пропорційні деякій функції від  $x$ .

Якщо гіпотеза про лінійний вид регресії була відкинута, то робиться припущення про параболічний вид залежності:

$$\hat{Y}(x) = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x + \hat{a}_2 x^2. \quad (10.38)$$

Дисперсія результатів спостережень у відносно значень за регресійним поліномом  $\hat{Y}(x, \bar{a})$  ступеня  $p$  із вектором коефіцієнтів  $\bar{a} = \{\hat{a}_0, \dots, \hat{a}_p\}$  визначається наступним чином:

– при невідкиданні гіпотези про однорідність вибірових дисперсій залежної змінної:

$$s^2 = \frac{1}{n - p - 1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m [y_{ij} - \hat{Y}(x_i^\circ, \bar{a})]^2; \quad (10.39)$$

– при пропорційності умовної дисперсії залежної змінної відомій функції аргументу:

$$s^2 = \frac{1}{n - p - 1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \hat{\omega}_i [y_{ij} - \hat{Y}(x_i^\circ, \bar{a})]^2. \quad (10.40)$$

Оцінки параметрів  $a_0$ ,  $a_1$  та  $a_2$  знаходяться із умови мінімізації дисперсії  $s^2$ . Для цього використовується чисельний симплекс–метода Нелдера–Міда, що реалізований функцією `lminsearch`.

Побудова довірчих інтервалів дозволяє оцінити, на скільки можуть відхилитися осереднені значення залежної змінної, обчислені за емпіричним регресійним зв'язком, від істинних умовних середніх, що задаються теоретичною регресійною залежністю. Теоретичне середнє регресії за кожного фіксованого значення аргументу (розглядаються точки  $x_i^\circ$ ) з імовірністю  $P = 1 - \alpha$  знаходиться в діапазоні:

$$\hat{Y}(x) \pm t_{\alpha/2}(n - p - 1) \cdot s \cdot D_p(x), \quad (10.41)$$

де  $p$  – ступень полінома рівняння регресії;  $n$  – загальна кількість спостережень;  $s$  – стандартне відхилення результатів спостережень у від відповідних значень за рівнянням регресії;  $t_{\alpha/2}(n-p-1)$  – точка розподілення Ст'юдента для рівня значущості  $\alpha/2$  та з  $n-p-2$  ступенями свободи;  $D_p(x)$  – величина, що визначається для кожного  $x$  за залежностями:

– для полінома першого ступеня  $p=1$  та при невідкиданні гіпотези про однорідність вибірових дисперсій залежної змінної:

$$D_1(x) = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{m \sum_{i=1}^k (x_i^\circ - \bar{x})^2}}; \quad (10.42)$$

– для полінома другого ступеня  $p=2$  та при пропорційності умовної дисперсії залежної змінної відомій функції аргументу:

$$D_2(x) = \sqrt{1 + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i (x_i^\circ - \bar{x})^2} + \frac{\varphi_2^2(x)}{\sum_{i=1}^k \varphi_2^2(x_i^\circ)}}, \quad (10.43)$$

де

$$\varphi_2(x) = x^2 - \frac{\sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i (x_i^\circ)^3 - \bar{x} \sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i (x_i^\circ)^2}{\sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i (x_i^\circ)^2 - \bar{x}^2} (x - \bar{x}) - \sum_{i=1}^k \hat{\omega}_i (x_i^\circ)^2. \quad (10.44)$$

Для обробки вихідних даних згідно залежностей (1)-(44) необхідно скласти програму на мові системи MATLAB (написати m-файл). Для цього, перш за все, необхідно позначити необхідні машинні змінні (табл. 10.1).

Таблиця 10.1

Машинні змінні, що використовуються

Параметр	$y$	$x^\circ$	$s_i^2$	$\bar{y}_i$	$s_{\bar{y}(x)}$	$G_{kp}$	$\omega_i$	$h^2(x_i^\circ)$	$\hat{h}^2(x_i^\circ)$
Машинна змінна	y	x	s2_i	y_mean_i	sy_m	Gkr	we_i	he	h2_i

Параметр	$s_i'^2$	$\hat{\omega}_i$	$\hat{\sigma}^2$	$W^2$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$s_x$	$s_y$	$\hat{\rho}_{y/x}$	$\hat{r}$
Машинна змінна	s2p_i	w_i	s2	W2	x_m	y_m	sx	sy	ro	r

## ЗАВДАННЯ

Створити комп'ютерну програму для оброблення результатів паралельних експериментів, здійснити оброблення заданих масивів даних, отримати регресійну залежність, що описує результати експерименту.

## ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

**Вихідні дані.** Вихідні дані видаються студентам у вигляді файлів з іменами DATA\_xx.mat, де xx – номер варіанта. Наприклад, якщо варіант завдання 17, то необхідно при розрахунках використовувати файл DATA\_17.mat.

На диску C: комп'ютера необхідно створити папку MZ\_KR, в якій розмістити файл з вихідними даними, рис. 10.1.

Після цього необхідно запустити систему MATLAB, рис. 10.2.

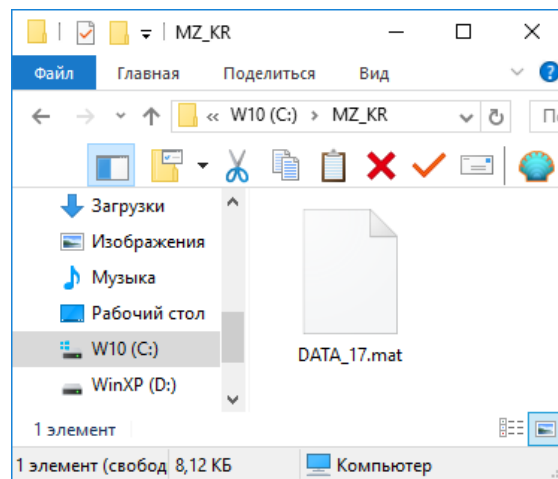


Рисунок 10.1 – Файл з вихідними даними у папці C:\MZ\_KR

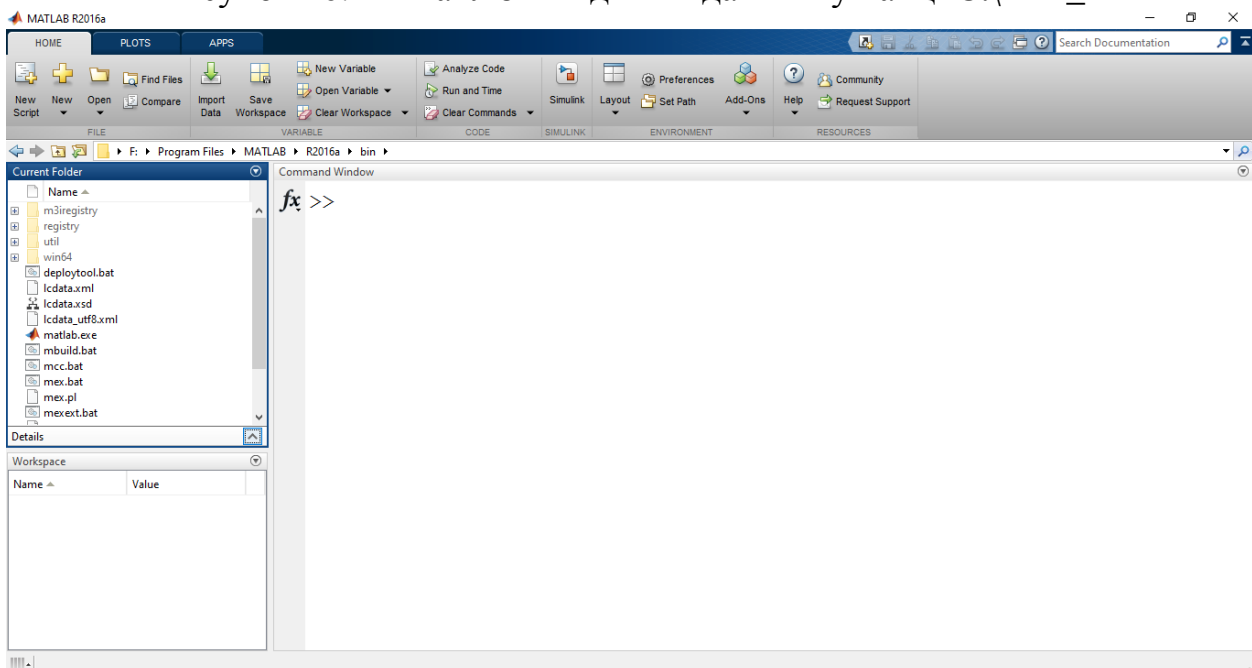
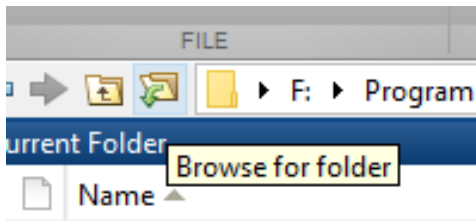
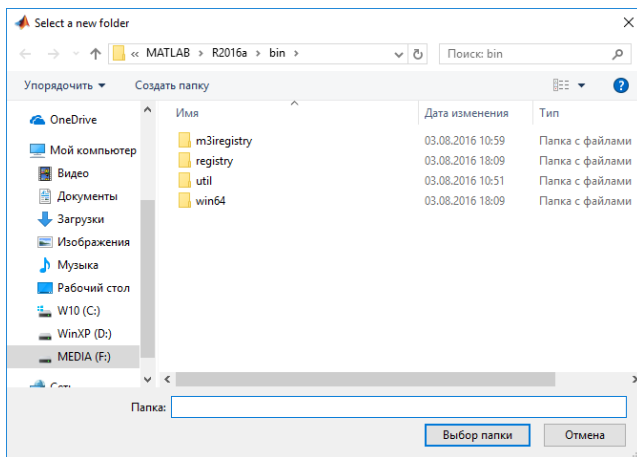


Рисунок 10.2 – Головне вікно системи MATLAB

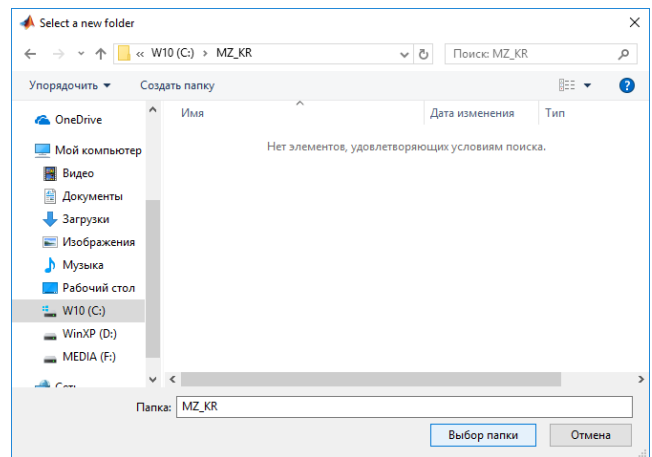
Після запуску необхідно вказати папку з вихідними даними як поточну папку системи MATLAB. Для цього у верхній частині вікна натиснути кнопку “Browse for folder” (рис. 10.3, а), відкриється вікно вибору поточної папки (рис. 10.3, б), в якому необхідно обрати диск С і папку MZ\_KR (рис. 10.3, с) і натиснути кнопку «Вибір папки».



а)



б)



с)

Рисунок 10.3 – Встановлення поточної папки системи MATLAB

Після встановлення поточної папки необхідно відкрити файл з вихідними даними. Для цього необхідно у вікні поточної папки Current Folder натиснути на файлі з вихідними даними правою кнопкою миші і обрати пункт Load (рис. 10.4).

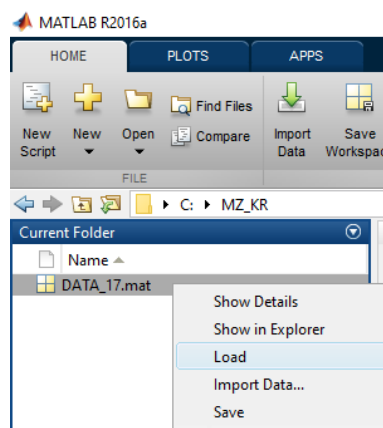


Рисунок 10.4 – Завантаження файлу з вихідними даними у систему MATLAB

В результаті масиви змінних, що зберігаються в файлі, будуть доступні у робочому просторі MATLAB (рис. 10.5).

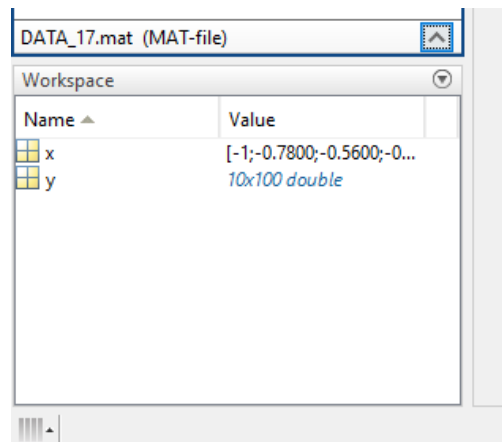


Рисунок 10.5 – Змінні з вихідними даними у робочому просторі MATLAB

Вихідними даними є вектор  $x$  з 10 елементів (рівні фактору, рис. 10.6, а) та масив  $y$  розміром 10x100 (відгуки об'єкту, рис. 10.6, б).

a)

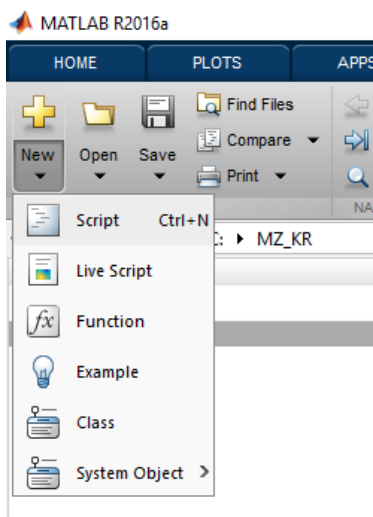
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	-1												
2	-0.7800												
3	-0.5600												
4	-0.3300												
5	-0.1100												
6	0.1100												
7	0.3300												
8	0.5600												
9	0.7800												
10	1												
11													
12													

b)

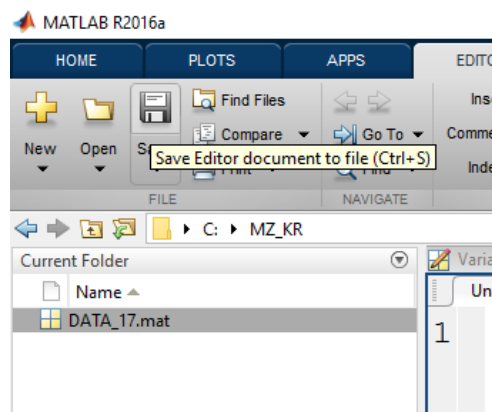
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	69.3853	63.8652	61.1849	64.4280	64.2212	62.4665	58.1782	64.3566	64.4155	66.9563	68.3593	59.9365	62.2006	68.79
2	70.4677	64.9761	62.3081	65.6132	65.3332	63.5840	59.3261	65.4678	65.5259	68.0587	69.4508	61.0721	63.3242	69.88
3	71.5444	66.0755	63.4298	66.7080	66.4399	64.9697	60.4674	66.5664	66.6305	69.1449	70.5355	62.2004	64.4400	70.97
4	72.6143	67.1757	64.5404	67.8062	67.5387	66.0760	61.6022	67.6618	67.7322	70.2196	71.6137	63.3234	65.5475	72.05
5	73.6770	68.2672	65.6424	68.8991	68.6288	67.1766	62.7302	68.7468	68.8253	71.3000	72.6797	64.4407	66.6522	73.12
6	74.7292	69.3499	66.7463	69.9784	69.7142	68.2700	63.8534	69.8267	69.9114	72.3705	73.7434	65.5515	67.7477	74.18
7	75.7750	70.4265	67.8399	71.0528	70.7945	69.3569	64.9726	70.9041	70.9912	73.4855	74.7985	66.6590	68.8378	75.24
8	76.8178	71.4978	68.9321	72.1262	71.8663	70.4383	66.0845	71.9758	72.0672	74.5433	75.8475	67.7632	69.9221	76.29
9	74.9251	76.1591	78.6473	72.0732	69.9487	79.7978	70.4800	72.4948	78.7467	75.3612	73.9323	73.0893	75.0910	75.52
10	79.1520	73.6314	71.0938	74.2527	73.9938	72.5797	68.2892	74.1603	74.1998	76.6372	77.9296	70.0094	72.0736	78.37
11														
12														

Рисунок 10.6 – Вихідні дані, завантажені в систему MATLAB

Програма статистичної обробки результатів досліджень має бути набрана у m-файлі. Для його створення необхідно виконати команду меню New→Script (рис. 10.7, а). Створений файл необхідно зберегти у папці MZ\_KR з ім'ям prog (рис. 10.7, б).



a)



b)

Рисунок 10.7 – Створення та збереження m-файлу

В якості зразка можна використовувати текст програми статистичної обробки результатів досліджень, який наведено нижче. Даний текст реалізує порядок обробки експериментальних даних, який визначається залежностями (10.1)-(10.44). Наведену програму необхідно набрати у створеному файлі `prog.m`, в полі `Editor`. (рис. 10.8), причому слід мати на увазі, що текст після символу `%` є коментарями, його наявність не впливає на працездатність програми.

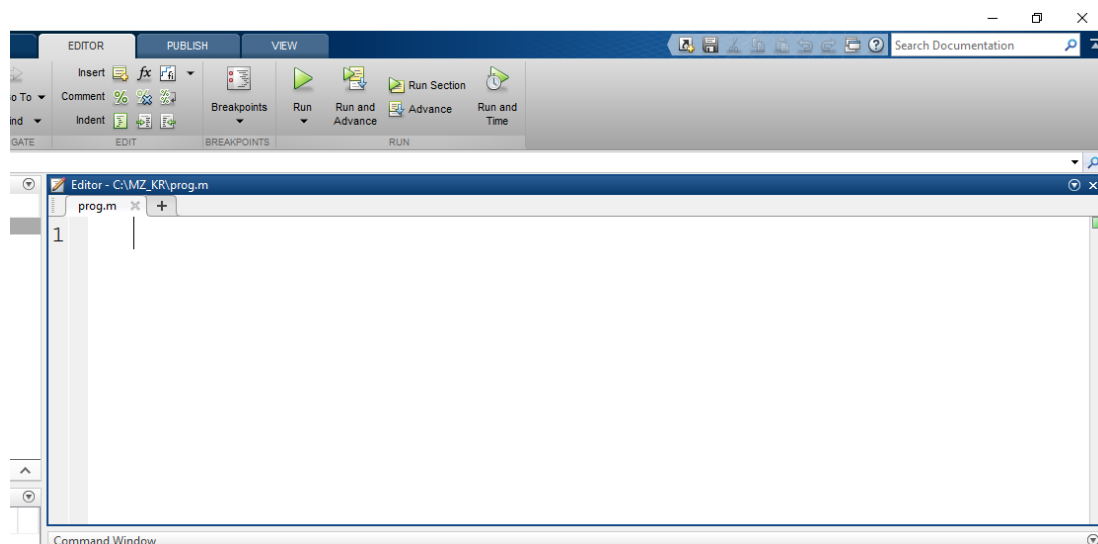


Рисунок 10.8 – Створений файл `prog.m` для занесення тексту програми

### Програма статистичної обробки результатів досліджень

```
format compact
clc
m=100;
k=10;
```



```

n=k*m;

%H0 po Kolmogorovy-Smirmovy
for i=1:k
    A=rot90(y(i,:),3);
    cdfn=normcdf(A,mean(A),std(A));
    HS=kstest(A,[A, cdfn],0.05)
end

%(1)
y_mean_i=(mean(y'))'
%(2)
s2_i=(var(y'))'
%(23)
G=max(s2_i)/sum(s2_i)
%(4)
Gkr=0.1453

if G<Gkr
    disp('Variances are homogeneous')
    %(5)
    s2=sum(s2_i)/k
else
    disp('Variances are heterogeneous')
    %(8)
    we_i=1./s2_i./sum(1./s2_i)
    %(9)
    sum_we=sum(we_i)
    %(10)
    he=1./we_i
    %MNK
    disp('Least-Suares Method for Variance')
    disp('Squared relationship  $Y(x)=a_0+a_1x+a_2x^2$  is assumed')
    options=optimset('tolX',1e-6); ww(1:10)=1;
    [a,MIN]=fminsearch(@sqr,[10, -50, 10],options,he,x,ww',1,k)
    disp('Least-Suares Error'); disp(MIN)
    disp('Variance Curve Coefficients');
    a0=a(1)
    a1=a(2)
    a2=a(3)
    h2_i=a0+a1.*x+a2.*x.^2
    %(12)
    s2p_i=s2_i./h2_i
    %(14)
    Gp=max(s2p_i)/sum(s2p_i)
    if Gp<Gkr
        disp('Normalize variances are homogeneous')
    else
        disp('Normalize variances are heterogeneous')
    end
    %(15)
    w_i=1./h2_i
    %(16)

```

```

s2=sum(w_i.*s2_i)/k
figure(1),subplot(2,2,1),plot(x,s2.*h2_i,x,s2_i,'.k'),grid on
figure(1),title('Variances')
end %Variances are heterogeneous

%Correlation analysis
%(28)
ta=1.645
if G<Gkr
    disp('Correlation analysis (variances are homogeneous)')

    disp('Correlation coefficient r')
    %(18)
    x_m=mean(x)
    %(19)
    y_m=mean(y_mean_i)
    %(20)
    sx=sqrt(sum((x-x_m).^2)/k)
    %(21)
    sy=sqrt(sum(sum((y-y_m).^2))/n)
    %(17)
    r=(sum(x.*y_mean_i)/k-x_m*y_m)/sx/sy

    disp('Correlation ratio ro')
    %(30)
    sy_m=sqrt(sum((y_mean_i-y_m).^2)/k)
    %(29)
    ro=sy_m/sy
else
    disp('Correlation analysis (variances are heterogeneous)')

    disp('Correlation coefficient r')
    %(23)
    x_m=sum(w_i.*x)
    %(24)
    y_m=sum(w_i.*y_mean_i)
    %(25)
    sx=sqrt(sum(w_i.*(x-x_m).^2))
    %(26)
    sy=sqrt(sum(w_i'.*sum((y-y_m).^2)))
    %(22)
    r=(sum(w_i.*x.*y_mean_i)-x_m*y_m)/sx/sy

    disp('Correlation ratio ro')
    %(31)
    sy_m=sqrt(m*sum(w_i.*(y_mean_i-y_m).^2))
    %(29)
    ro=sy_m/sy

end % Correlation analysis

%(27)
if abs(r)*sqrt((n-2)/(1-r^2))<ta

```

```

    disp('Correlation is not statistically significant by r')
else
    disp('Correlation is statistically significant by r')
end

%(32)
if ro*sqrt(n-2)/(1-ro^2)<ta
    disp('Correlation is not statistically significant by ro')
else
    disp('Correlation is statistically significant by ro')
end

disp('Dependence determination')
if abs(r)*sqrt((n-2)/(1-r^2))<ta
    if ro*sqrt(n-2)/(1-ro^2)<ta
        disp('No dependence')
    else
        disp('Nonlinear dependence')
        dep=1;
    end
else
    if ro*sqrt(n-2)/(1-ro^2)<ta
        disp('Additional analysis is needed')
    else
        disp('W2 test is needed')
        %(33)
        W2=(n-k)*(ro^2-r^2)/(k-2)/(1-ro^2)
        %(35)
        Fkr=1.95

        if W2>Fkr
            disp('Nonlinear dependence')
            dep=1;
        else
            disp('Linear dependence')
            dep=2;
        end
    end
end

end

disp('Regression Analysis. Least-Suares Method')
if dep==2 %Linear dependence
    disp('Linear dependence, variances are homogeneous')
    %(37)
    a=y_m
    b=r*sy/sx
    x_m
    qq=0;
    for i=1:k
        for j=1:m
            qq=qq+(y(i,j)-(a+b*(x(i)-x_m)))^2;
        end
    end
end

```

```

end
MIN_opt=qq/(n-2)
%(36)
Y=a+b*(x-x_m)
figure(2),plot(x,y,'.k',x,Y),grid on
end

if dep==1 %Nonlinear dependence
    disp('Nonlinear dependence, variances are heterogeneous')
    disp('Squared relationship Y(x)=a0+a1*x+a2*x^2 is assumed')
    options=optimset('tolX',1e-6);
    [ar,MIN_opt]=fminsearch(@sqr,[10, -50, 10],options,y,x,w_i,m,k)
    a0r=ar(1)
    a1r=ar(2)
    a2r=ar(3)
    Y=a0r+a1r.*x+a2r.*x.^2
    figure(2),plot(x,Y,x,y,'.k'),grid on
    figure(2),title('DATA')
end

disp('Confidence intervals')
if dep==2 %Linear dependence
    disp('Linear dependence, variances are homogeneous')
    D1=sqrt(1/n+(x-x_m).^2./m/sum((x-x_m).^2));
    Ar=Y-tinv(1-0.025,n-2).*sqrt(MIN_opt)*D1
    Br=Y+tinv(1-0.025,n-2).*sqrt(MIN_opt)*D1
    figure(3),plot(x,Y,'g',x,Ar,'--r',x,Br,'--
r',x,y_mean_i,'*b'),grid on
end
if dep==1 %Nonlinear dependence
    disp('Nonlinear dependence, variances are heterogeneous')
    fi2=x.^2-(sum(w_i.*x.^3)-x_m*sum(w_i.*x.^2))/(sum(w_i.*x.^2)-
x_m.^2).*(x-x_m)-sum(w_i.*x.^2)
    D2=sqrt(1+(x-x_m).^2./sum(w_i.*(x-x_m).^2)+fi2.^2/sum(fi2.^2))
    Ar=Y-tinv(1-0.025,n-3).*sqrt(MIN_opt)*D2
    Br=Y+tinv(1-0.025,n-3).*sqrt(MIN_opt)*D2
    figure(3),plot(x,Y,'g',x,Ar,'--r',x,Br,'--
r',x,y_mean_i,'*b'),grid on
end

```

На рис. 10.9 показано головне вікно MATLAB після внесення програми в файл prog.m.

В наведеній програмі використовується функція `sqr`, яка має зберігатися у файлі `sqr.m` в одній директорії з файлом програми. Тому необхідно створити ще один новий m-файл (див. рис. 10.7), зберегти його під ім'ям `sqr` в поточній папці та записати до нього наступні команди (текст, написаний після символу `%` є коментарями та може не вноситися), рис. 10.10.

```

function f=sqr(x,y,x0i,w,m,k);
% Function for searching the minimum of Least-Suares Method
% Criterion for squared relationship  $Y(x)=a_0+a_1*x+a_2*x^2$ 
%  $x=[a_0 \ a_1 \ a_2]$  - sought coefficients of two-parameter
% tested relation
% y -initial responses
% x0i -level of factor
% w -weighting coefficients (w=1 for
% heterogeneous variances)
% m -number of replicate observations for each
% level of factor
% k -number of levels of factor
gg=0;
for i=1:k
    for j=1:m
        gg=gg+w(i)*(y(i,j)-(x(1)+x(2)*x0i(i)+x(3)*x0i(i)^2))^2;
    end
end
f=gg/(m*k-2-1);
end

```

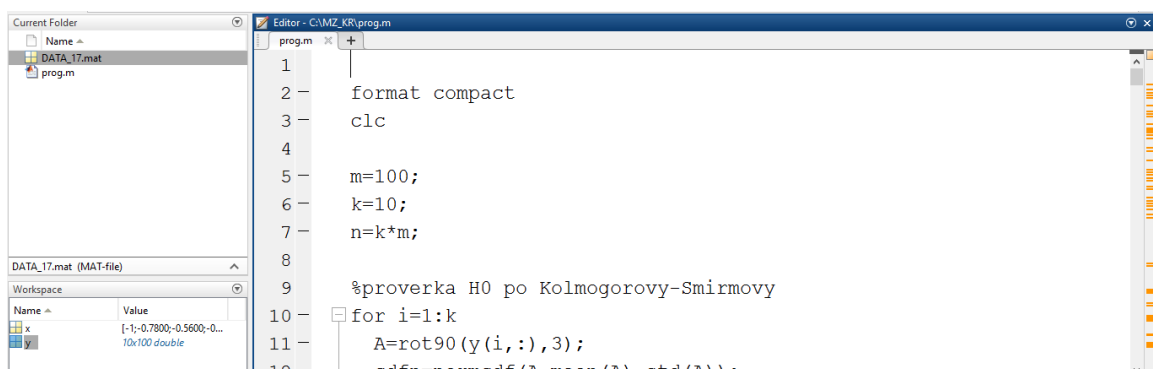


Рисунок 10.9 – Створений файл prog.m з текстом програми

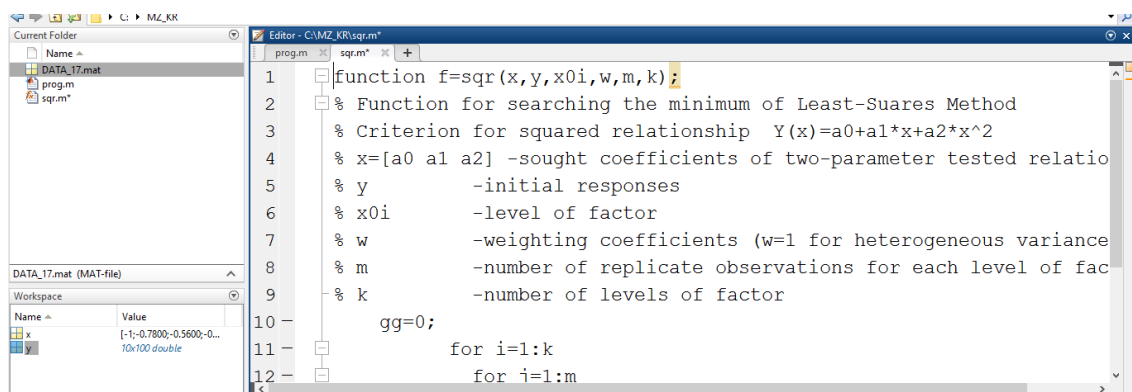


Рисунок 10.10 – Файл sqr.m

**Виконання програми та збереження результатів.** Після збереження файлів програми prog.m та функції sqr.m необхідно запустити програму на виконання. Для цього перейти у вікно файлу prog та натиснути кнопку RUN (рис. 10.11).

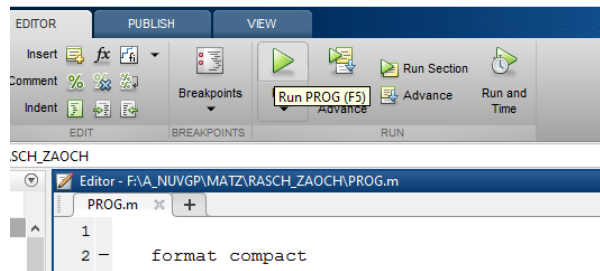


Рисунок 10.11 – Запуск програми

Якщо немає помилок, то в робочому вікні MATLAB з'явиться текст зі значеннями основних змінних та коефіцієнтів (повний текст необхідно навести у звіті з лабораторної роботи), рис. 10.12.

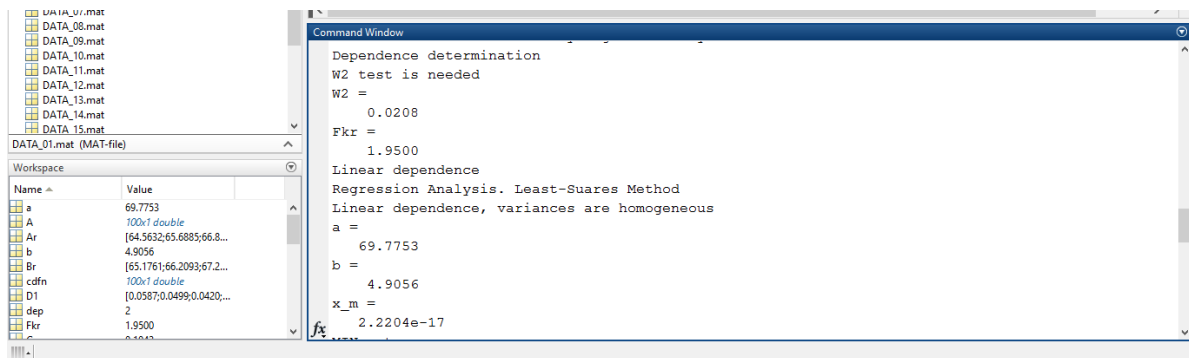


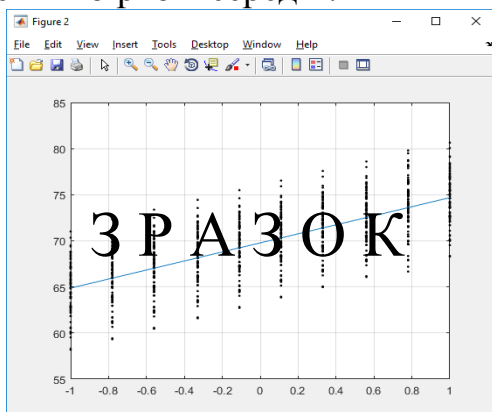
Рисунок 10.12 – Результати розрахунків

Також програма побудує наступні графіки (рис. 10.13):

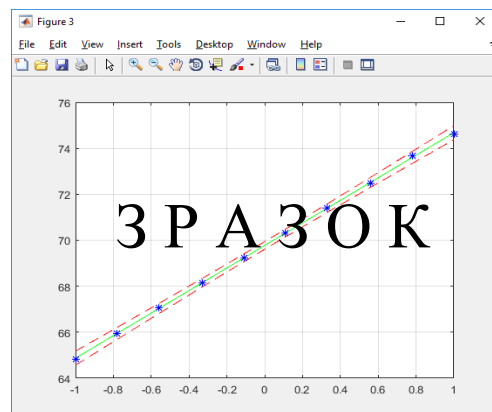
figure 1 – Діаграма зміни умовної дисперсії відгуку  $D(y/x)$ , де точками позначені вибіркові дисперсії  $s_i^2$  (будується тільки при неоднорідних дисперсіях);

figure 2 – Експериментальні точки з лінією регресії;

figure 3 – Лінія регресії з довірчими інтервалами, де точками позначені вибіркові середні.



a)



b)

Рисунок 10.13 – Зразки графіків, що будуються програмою:

a - експериментальні точки з лінією регресії;

b - лінія регресії з довірчими інтервалами

## **ВМІСТ ЗВІТУ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ**

1. Тема, мета роботи.
2. Основні аналітичні залежності, що використовуються при розрахунку.
3. Повний текст програми для обробки експериментальних даних.
4. Значення основних змінних та коефіцієнтів, що отримані в результаті роботи програми.
5. Отримані графіки.
6. Висновки з аналізом отриманих результатів.

## **КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ**

1. Що таке критерій згоди? Для чого застосовують критерій згоди Колмогорова-Смирнова?
3. Що позначає рівень значущості?
4. Які закони розподілу випадкової величини Вам відомі?
5. Що таке генеральна сукупність? Вибірка?
6. Як обрахувати вибіркове значення математичного сподівання?
7. Що показує дисперсія? Як дисперсія пов'язана зі стандартним відхиленням? Як обрахувати вибіркове значення стандартного відхилення?
10. Які критерії можуть бути застосовані для перевірки однорідності вибіркових дисперсій?
11. Для чого використовується коефіцієнт лінійної кореляції?
12. Як можна оцінити значущість вибіркового значення коефіцієнта лінійної кореляції?
13. Для чого використовується кореляційне відношення?
14. Як за вибілковими значеннями коефіцієнта лінійної кореляції та кореляційного відношення можна визначити характер залежності між досліджуваними змінними?
15. В чому полягає метод найменших квадратів?

## ЛІТЕРАТУРА

- 1 Кириленко О. В., Сегеда М. С., Буткевич О. Ф., Мазур Т. А. Математичне моделювання в електроенергетиці: Підручник. Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2010. 608 с.
- 2 Бурбело М. Й. Математичні задачі електроенергетики. Математичне моделювання електропостачальних систем: навч. посібник. Вінниця: ВНТУ, 2016. 185 с.
- 3 Сивокобиленко В. Ф., Василець С. В. Математичне моделювання перехідних процесів в електротехнічних комплексах шахтних електричних мереж: монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2017. 272 с.
- 4 Сивокобиленко В. Ф. Математичне моделювання в електротехніці і енергетиці: навчальний посібник. Донецьк: РВА ДонНТУ, 2005. 350 с.
- 5 Моделювання електромеханічних систем: підручник / Чорний О. П. та ін. Кременчук, 2001. 410 с.
- 6 Черных И. В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. 288 с.
- 7 Черных И. В. Simulink: Инструмент моделирования динамических систем. Питер: ДМК Пресс, 2008. 400 с.
- 8 Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб. пособие для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 2001. 327 с.
- 9 Герман-Галкин С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Уч. пособ. СПб.: КОРОНА принт, 2001. 320 с.
- 10 Чабан В. Й. Математичне моделювання в електротехніці. Львів: Видавництво Т. Сороки, 2010. 508 с.
- 11 Wang Xi-Fan, Song Yonghua, Malcolm Irving Modern Power Systems Analysis. New York, NY, USA: Springer Science+Business Media, LLC, 2008. 559 p.
- 12 Watson N., Arrillaga J. Power systems electromagnetic transients simulation. London: Institution of Engineering and Technology, 2007. 449 p.